



# Contenido

## 1 Introducción

## 2 Modelos atómicos

- Modelo de Thomson
- Modelo de Rutherford
- Espectros atómicos
- Modelo de Bohr

## 3 Introducción a la Física atómica

- Teoría atómica cuántica
- El espín
- Significado físico de los números cuánticos

## 4 El átomo de hidrógeno

- Estados  $s$
- Estados  $p$
- Orbitales

## 5 Átomos multielectrónicos

- El principio de exclusión
- Configuraciones electrónicas
- La tabla periódica

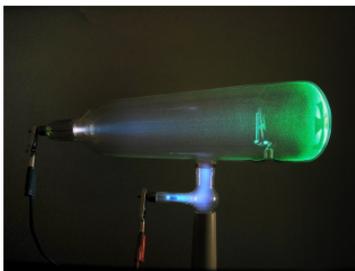
## 6 Problemas



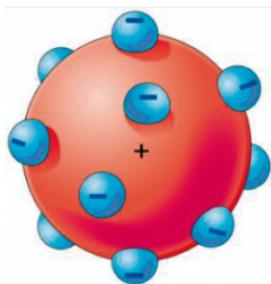
# El modelo atómico de Thomson

→ Rayos catódicos ←

- Los experimentos con **rayos catódicos** permitieron determinar que los átomos poseían partículas con carga negativa, los **electrones**.
- Los átomos son eléctricamente neutros.
- Los electrones tienen masas pequeñas, mucho menores que las de los átomos.



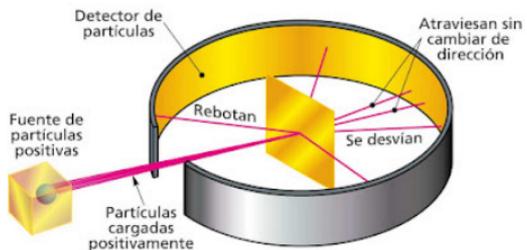
En 1904, Joseph J. Thomson enunció su modelo atómico, basado en las hipótesis siguientes:



- Los átomos contienen una cierta cantidad de carga positiva que compensa la carga negativa de los electrones.
- La carga positiva contiene la mayor parte de la masa de los átomos.
- Los electrones se distribuyen uniformemente en el espacio ocupado por la carga positiva.

El modelo de Thomson fue pronto invalidado por los experimentos de Ernest Rutherford, entre otros.

# El modelo atómico de Rutherford



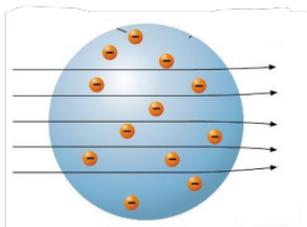
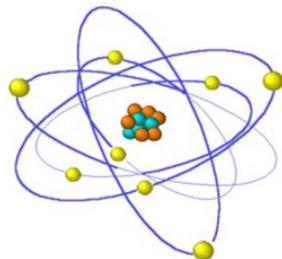
## → Experimento de Rutherford ←

Dos observaciones relevantes:

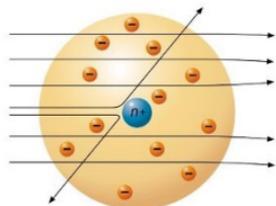
- Algunas partículas incidentes rebotan en la lámina de oro.
- Otras atraviesan la lámina de oro sin desviarse.

El modelo atómico de Ernest Rutherford (1911) se basa en las hipótesis siguientes:

- La carga positiva de los átomos y la mayor parte de su masa se concentra en una región de tamaño muy pequeño llamado **núcleo** atómico.
- Los electrones describen órbitas elípticas a altas velocidades en torno al núcleo, y a grandes distancias de él.



Modelo de Thomson

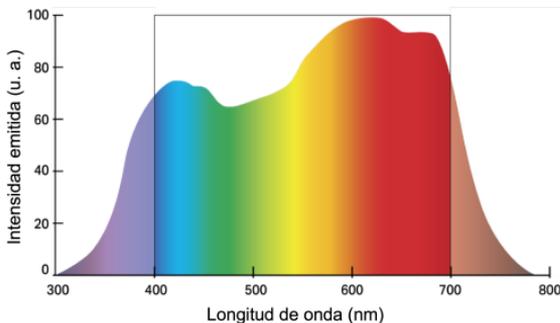
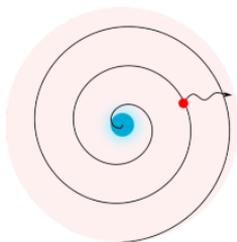
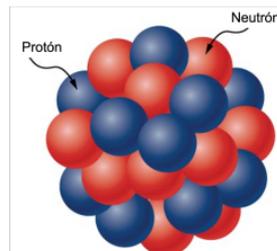


Modelo de Rutherford

# El modelo atómico de Rutherford

El átomo de Rutherford tiene algunas deficiencias:

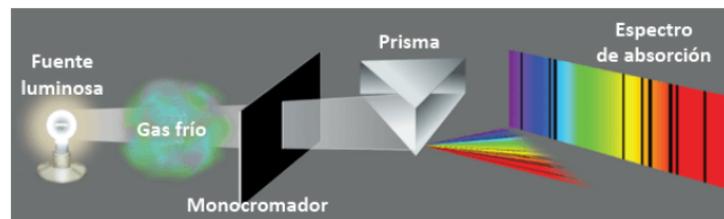
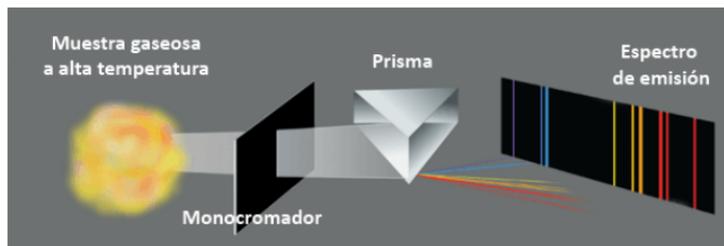
- **Estabilidad del núcleo:** los datos experimentales indican que un átomo de número atómico  $Z$  tiene una masa aproximadamente igual a  $2Z$ . Si el núcleo estuviera formado únicamente por protones, el átomo sería inestable.
- **Estabilidad de las órbitas:** una carga eléctrica acelerada debe emitir energía en forma de radiación electromagnética. Los electrones, en su movimiento, perderían energía hasta eventualmente caer sobre el núcleo.
- **Espectros de emisión:** en su colapso, los electrones emitirían energía, dando lugar a un espectro de radiación continuo.



Realmente, los espectros atómicos no son continuos, sino **discretos**.

# Espectros atómicos

Cuando son excitados, los átomos no emiten radiación a todas las longitudes de onda, sino únicamente a unas ciertas longitudes de onda que son **características de cada átomo**.

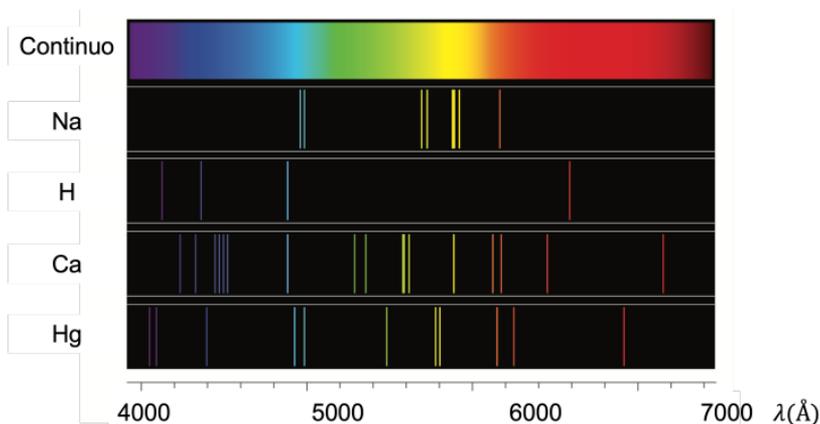


## Espectro atómico

Se llama **espectro atómico** al conjunto de líneas emitidas (o absorbidas) por átomos de un cierto elemento.

Las líneas espectrales, que no necesariamente se emiten en la parte visible del espectro, permiten identificar la presencia de un cierto átomo en un sistema.

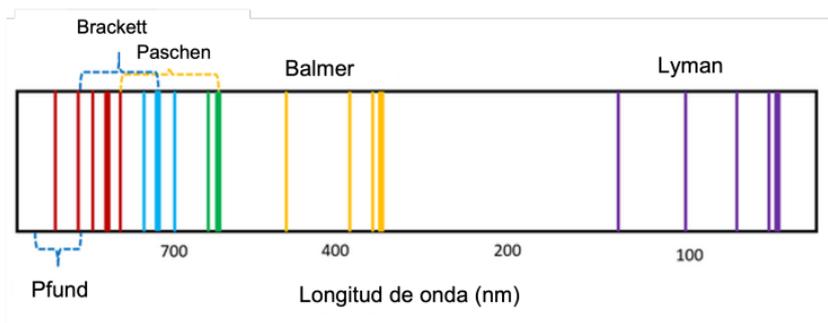
## Espectros atómicos



El hidrógeno presenta una serie de familias (o **series**) de líneas espectrales:

- **Serie de Balmer** (1884), en la parte visible del espectro. Sus longitudes de onda, en nm, son 656.3, 486.1, 434.0, 410.2, 397.0, ...
- **Serie de Lyman** (1906), en la parte ultravioleta del espectro. En nm, las longitudes correspondientes son 121.57, 102.57, 97.25, 94.97, 93,80, ...
- **Serie de Paschen** (1908), en el infrarrojo cercano, con longitudes de onda 1875, 1282, 1094, 1005, 954.6, ... (nm).
- **Serie de Brackett** (1922), en el infrarrojo lejano, con longitudes 4051, 2625, 2166, 1944, 1817, ... (nm).
- **Serie de Pfund** (1924): 7460, 4654, 3741, 3297, 3039, ... (nm).

## Espectros atómicos



Las longitudes espectrales del hidrógeno verifican la relación

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

donde  $n_1 = 1, 2, 3, \dots$ ,  $n_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, \infty$  y  $R_H = 1.096776 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  se llama constante de Rydberg.

Las series del espectro corresponden a distintos valores de  $n_1$ :

- **Lyman:**  $n_1 = 1, n_2 = 2, 3, \dots, \infty$ .
- **Balmer:**  $n_1 = 2, n_2 = 3, 4, \dots, \infty$ .
- **Paschen:**  $n_1 = 3, n_2 = 4, 5, \dots, \infty$ .
- **Brackett:**  $n_1 = 4, n_2 = 5, 6, \dots, \infty$ .
- **Pfund:**  $n_1 = 5, n_2 = 6, 7, \dots, \infty$ .

Las series de los demás elementos se describen mediante una ley similar a la del hidrógeno.

# El modelo atómico de Bohr

Para evitar las deficiencias del modelo de Rutherford y justificar la existencia de los espectros atómicos discretos, Niels Bohr introdujo en 1913 un modelo atómico basado en tres hipótesis:

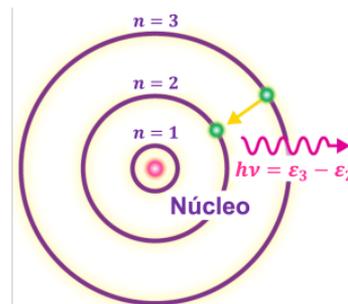
- En los átomos, sólo son posibles determinadas órbitas circulares estacionarias que los electrones describen **sin emitir energía**.
- El momento angular del electrón en la  $n$ -ésima órbita está **cuantizado** en unidades de  $\hbar$ :

$$L_n = mv_n r_n = n\hbar,$$

donde  $n \in \mathbb{N}$  se llama **número cuántico**.

- Los electrones sólo pueden emitir radiación electromagnética cuando pasan de una órbita estacionaria  $i$  a otra  $f$  de menor energía. En tal caso, la frecuencia del fotón emitido verifica

$$h\nu = \varepsilon_i - \varepsilon_f$$



Sólo la Mecánica Cuántica permite justificar los postulados del modelo de Bohr. Nosotros los aceptaremos sin discutir su origen físico.

## El modelo atómico de Bohr

El radio de cada órbita y la velocidad con la que un electrón la describe están relacionadas:

$$m \frac{v_n^2}{r_n} = K \frac{e^2}{r_n^2} \quad \Rightarrow \quad r_n = K \frac{e^2}{m v_n^2} \frac{1}{n} \quad (1)$$

Por otra parte, del segundo postulado,

$$mv_n r_n = mv_n \underbrace{K \frac{e^2}{m v_n^2} \frac{1}{n}}_{r_n} = K \frac{e^2}{v_n} = n\hbar \quad \Rightarrow \quad v_n = K \frac{e^2}{\hbar n} \frac{1}{n} \quad (2)$$

o bien, usando (1),

$$r_n = n^2 a_0,$$

donde  $a_0 = \frac{\hbar^2}{mKe^2} \approx 0.0529 \text{ nm}$  se llama **radio de Bohr**.

Por otra parte, la energía del electrón en la  $n$ -ésima órbita es

$$\varepsilon_n = \frac{1}{2}mv_n^2 - K \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{2}K \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{2}mK^2 \frac{e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

$$\varepsilon_n = -\frac{E_1}{n^2},$$

donde  $E_1 = \frac{1}{2} \frac{mK^2 e^4}{\hbar^2} = \frac{1}{2} \frac{Ke^2}{a_0} \approx 13.6 \text{ eV}$

El radio de las órbitas y la energía de los electrones están cuantizados.

# El modelo atómico de Bohr

Supongamos que un electrón pasa de una órbita  $n_i$  a otra de menor energía,  $n_f < n_i$ . La diferencia de energía entre ambas órbitas es

$$\varepsilon_i - \varepsilon_f = -E_1 \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) = E_1 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

de manera que la frecuencia del fotón emitido, según el tercer postulado, es

$$\nu = \frac{E_1}{h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

o bien

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_1}{hc} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

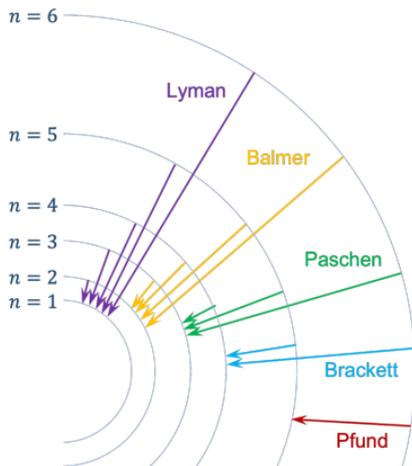
donde  $\frac{E_1}{hc} = \frac{mK^2e^4}{4\pi\hbar^3c} = 1.09735 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \approx R_H$ . En definitiva, según el modelo de Bohr,

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$$

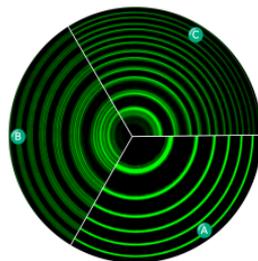
La energía de los fotones emitidos (o absorbidos) por un átomo también está cuantizada.

# El modelo atómico de Bohr

- El modelo de Bohr está en muy buen acuerdo con los resultados experimentales para el átomo de hidrógeno ( $Z = 1$ ).



- En cambio, presenta diferencias cuantitativas en átomos más complejos.
- Las líneas espectrales tienen **estructura fina**.
- En presencia de campos eléctricos y magnéticos, las líneas del espectro se desdoblán (**efectos Stark y Zeeman**).
- Es incompatible con el principio de incertidumbre.



## Recordatorio de Física cuántica

- El electrón se describe mediante una función de onda  $\Psi(\vec{r}, t)$ .
- $|\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$  es la probabilidad de encontrar al electrón en el volumen  $dV$ .
- La función de onda es solución de la ecuación de Schrödinger (ES):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

## CARACTERÍSTICAS DE LA TEORÍA ATÓMICA CUÁNTICA

- **Soluciones estacionarias.** Si no están sometidos a campos externos, el hamiltoniano electrónico en los átomos es **estacionario**. En tal caso, la función de onda se escribe como

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) e^{-i\varepsilon t/\hbar},$$

donde  $\varepsilon$  es la energía del electrón y  $\psi(\vec{r})$  verifica la **ecuación de Schrödinger estacionaria** (ESE):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \psi(\vec{r}) = \varepsilon \psi(\vec{r})$$

## CARACTERÍSTICAS DE LA TEORÍA ATÓMICA CUÁNTICA

- **Números cuánticos.** Además del número cuántico  $n$  del modelo de Bohr (llamado aquí **número cuántico principal**), aparecen nuevos números cuánticos:
  - **Número cuántico orbital,  $\ell$ :** Para  $n$  dado,  $\ell$  toma valores comprendidos entre 0 y  $n - 1$ , de uno en uno.
  - **Número cuántico magnético,  $m_\ell$ :** Para  $\ell$  dado,  $m_\ell$  toma valores entre  $-\ell$  y  $+\ell$  de uno en uno. Así, existen  $2\ell + 1$  valores posibles para  $m_\ell$ .

$n$	$\ell$	$m_\ell$	CAPA
1	0	0	K
2	0	0	L
	1	-1, 0, 1	
3	0	0	M
	1	-1, 0, 1	
	2	-2, -1, 0, 1, 2	

- **Capas y subcapas.** El conjunto de números cuánticos correspondientes a un valor dado de  $n$  se llama **capa electrónica**; los correspondientes a valores dados de  $n$  y  $\ell$  constituyen una **subcapa electrónica**.
  - Las capas se etiquetan con las letras K ( $n = 1$ ), L ( $n = 2$ ), M ( $n = 3$ ), N ( $n = 4$ ), ...
  - Las subcapas se etiquetan con las letras  $s$  ( $\ell = 0$ ),  $p$  ( $\ell = 1$ ),  $d$  ( $\ell = 2$ ),  $f$  ( $\ell = 3$ ), ...

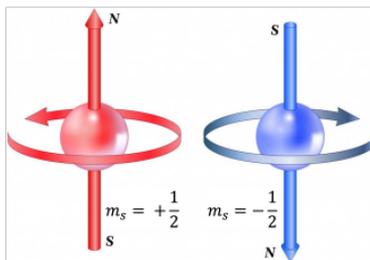
## Cuestión

¿Qué números cuánticos contiene la capa N?

# El espín del electrón

El electrón (todas las partículas, de hecho) tiene un **momento angular intrínseco** denominado **espín**.

- El espín no tiene equivalente clásico, y surge debido a efectos relativistas de la Mecánica Cuántica.
- Una posible analogía (**¡incorrecta!**) es imaginar a un electrón girando sobre un cierto eje.



- Números cuánticos de espín.** Al espín del electrón se le asocian dos números cuánticos, llamados  $s$  y  $m_s$ .
  - El valor de  $s$  es característico de cada partícula. Para el electrón,  $s = \frac{1}{2}$ .
  - El valor de  $m_s$  está **cuantizado**. Para el electrón, solo puede tomar los valores  $m_s = +\frac{1}{2}$  y  $m_s = -\frac{1}{2}$ .
  - En general,  $m_s$  varía entre  $-s$  y  $+s$  de uno en uno; existen  $2s + 1$  valores permitidos de  $m_s$  para  $s$  dado.

## Cuestión

¿Qué números cuánticos contiene la capa N?

## Estado electrónico

Un estado electrónico corresponde a un valor dado de los números cuánticos  $n$ ,  $\ell$ ,  $m_\ell$  y  $m_s$ .

- Cada estado corresponde a una cierta función de onda  $\psi_{n,\ell,m_\ell,m_s}(\vec{r})$  y a una energía  $\varepsilon_{n,\ell,m_\ell,m_s}$ .



# El átomo de hidrógeno

El átomo de hidrógeno tiene un único electrón, y sus funciones de onda se pueden calcular analíticamente. La ESE se escribe

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(x, y, z) - K \frac{e^2}{r} \psi(x, y, z) = \varepsilon \psi(x, y, z),$$

donde  $\varepsilon$  es la energía del electrón y  $\psi(x, y, z)$  no tiene significado físico, aunque sí que lo tiene la cantidad  $|\psi(x, y, z)|^2$ .

A veces, se utiliza la **densidad de probabilidad radial**,  $P(r)$ , definida de modo que

$$P(r)dr$$

es la probabilidad de encontrar al electrón a una distancia  $r$  dada. Es fácil demostrar que

$$P(r) = r^2 \int |\psi(x, y, z)|^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

En sistemas con simetría radial,

$$P(r) = 4\pi r^2 |\psi(x, y, z)|^2$$

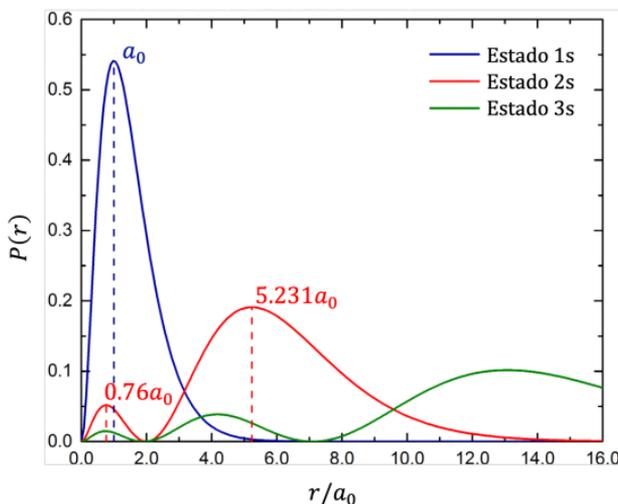
# Estados $s$ del átomo de hidrógeno

Los estados  $ns$  del átomo de hidrógeno corresponden a  $n$  variable y  $\ell = 0$  y tiene simetría esférica: las funciones de onda correspondientes solo dependen de  $r$ .

- Las funciones de onda y energías correspondientes a los estados  $1s$  y  $2s$  son, respectivamente,

$$\psi_{1s}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}, \quad \varepsilon_{1s} = -13.6 \text{ eV}$$

$$\psi_{2s}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}, \quad \varepsilon_{2s} = -3.4 \text{ eV}$$



- El estado  $ns$  tiene  $n$  máximos de probabilidad.
- Los máximos de probabilidad se desplazan a distancias mayores conforme aumenta  $n$ .
- La probabilidad de encontrar al electrón a una cierta distancia disminuye conforme aumenta  $n$ .
- La función de onda de los estados  $ns$  tiene  $n - 1$  nodos.

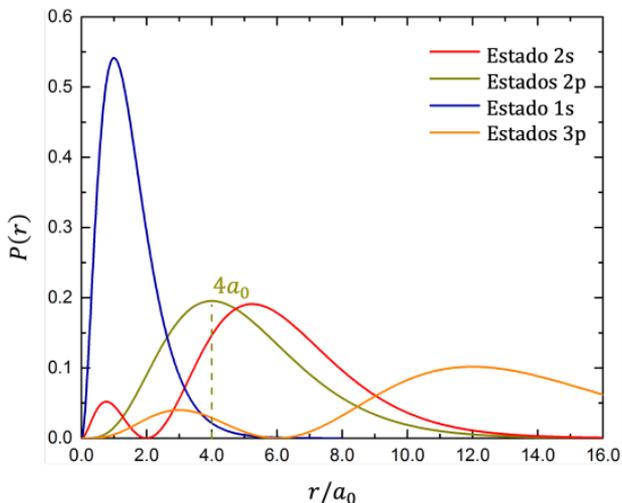
# Estados $p$ del átomo de hidrógeno

Los estados  $np$  del átomo de hidrógeno corresponden a  $n \geq 1$  variable y  $\ell = 1$ . Para cada valor de  $\ell$ , existen  $2\ell + 1$  valores de  $m_\ell$ . En este caso, los estados **no tienen simetría esférica**: las funciones de onda correspondientes dependen de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ .

- Las funciones de onda correspondientes a los estados  $2p$  son

$$\psi_{2p,\pm 1}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{64\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} \sin\theta e^{\pm i\phi} e^{-r/2a_0}$$

$$\psi_{2p,0}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{32\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} \cos\theta e^{-r/2a_0}$$



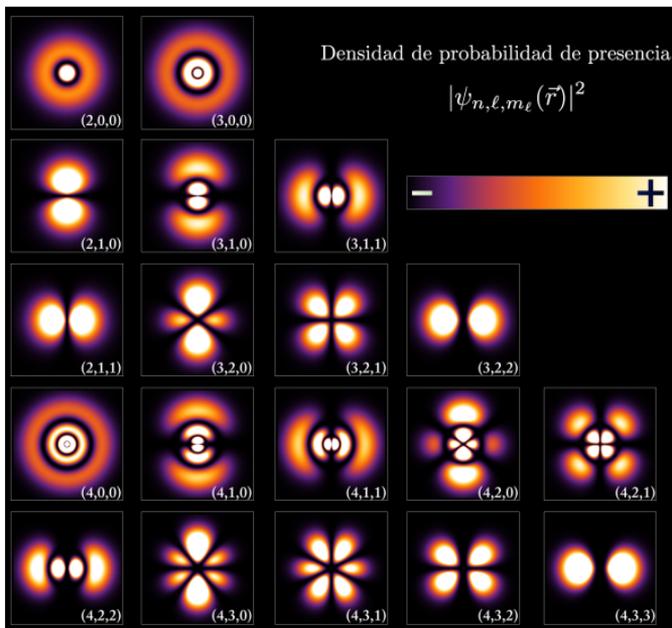
- Las energías de los estados  $np$  son las mismas que las de los  $ns$ .
- El estado  $np$  tiene  $n-1$  máximos de probabilidad.
- Los máximos de probabilidad son comparable para los estados  $np$  y  $ns$ , con  $n$  fijo.
- La función de onda de los estados  $np$  tiene  $n-2$  nodos.
- La distribución de probabilidad radial es la misma para todos los valores de  $m_\ell$ .

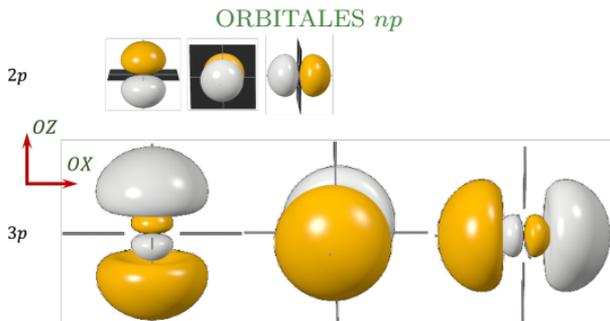
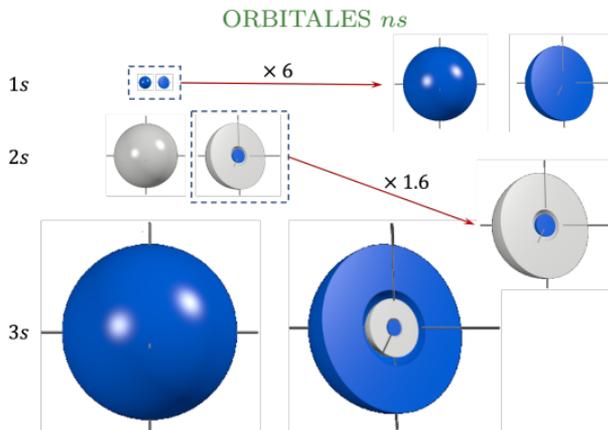
# Orbitales atómicos

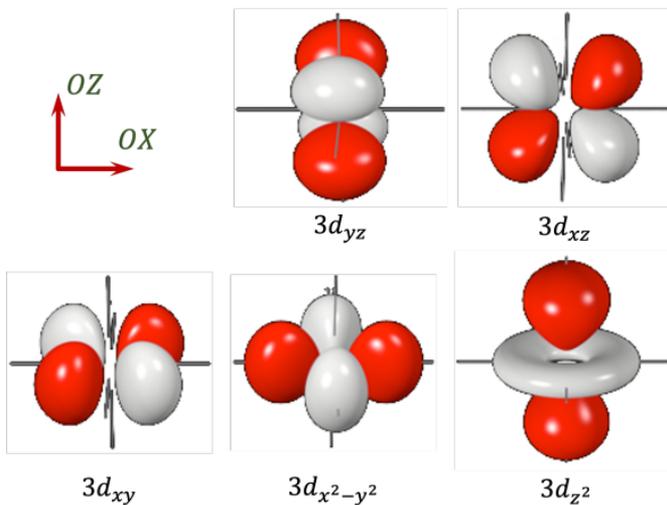
La función de distribución radial solo proporciona información parcial sobre la localización espacial de los electrones.

## Orbitales atómicos

Se llama **orbital atómico** a la región del espacio donde la densidad de probabilidad de presencia toma un valor dado.



Orbitales atómicos: niveles  $s$  y  $p$ 

Orbitales atómicos: niveles  $d$ 

# El principio de exclusión

- La ESE no se puede resolver exactamente para átomos con más de un electrón ( $Z > 1$ ). En esos casos hay que utilizar **métodos aproximados**.
- Para átomos multielectrónicos siguen siendo válidos los números cuánticos  $n$ ,  $\ell$ ,  $m_\ell$  y  $m_s$ .
- En átomos multielectrónicos, **los niveles de energía dependen de  $\ell$** , no solo del número cuántico principal.
  - En general, la energía aumenta con  $n$  y, para  $n$  fijo, con  $\ell$ .

¿Qué números cuánticos pueden tener los electrones en un átomo?

## Principio de exclusión de Pauli

No es posible que dos electrones se encuentren en un átomo en el mismo estado cuántico, esto es, con los cuatro números cuánticos iguales.

- Una **capa s**, con  $n$  fijo y  $\ell = 0$  puede estar ocupada por **2 electrones** como máximo, con números cuánticos

$$m_\ell = 0, m_s = \frac{1}{2} \quad m_\ell = 0, m_s = -\frac{1}{2}$$

- Una **capa p**, con  $n$  fijo y  $\ell = 1$  puede estar ocupada por **6 electrones** como máximo, con números cuánticos

$$\begin{array}{lll} m_\ell = -1, m_s = \frac{1}{2} & m_\ell = 0, m_s = \frac{1}{2} & m_\ell = +1, m_s = \frac{1}{2} \\ m_\ell = -1, m_s = -\frac{1}{2} & m_\ell = 0, m_s = -\frac{1}{2} & m_\ell = +1, m_s = -\frac{1}{2} \end{array}$$

## Cuestión

¿Cuántos electrones, y con qué números cuánticos, pueden ocupar una capa  $d$  con  $n$  fijo?

# Configuraciones electrónicas

La distribución de los electrones de un átomo multielectrónico constituye su **configuración electrónica**, y determina en qué lugar de la tabla periódica aparece el elemento correspondiente.

## Ejemplo: configuración electrónica del Li

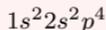
El litio tiene 3 electrones ( $Z = 3$ ).

- Los dos primeros pueden ocupar el nivel de mínima energía,  $n = 1$  con  $\ell = 0$  sin violar el principio de Pauli.
- El tercer electrón, necesariamente, tiene que encontrarse en un nivel de energía superior, con  $n = 2$  y  $\ell = 0$ .
- La configuración electrónica del Li se escribe entonces



## Ejemplo: configuración electrónica del O ( $Z = 8$ )

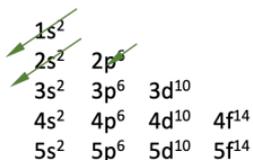
- Los dos primeros pueden ocupar el nivel de mínima energía,  $n = 1$  con  $\ell = 0$  sin violar el principio de Pauli.
- Los siguientes dos electrones ocupan el nivel  $n = 2$  con  $\ell = 0$ , también de forma consistente con el principio de exclusión.
- El siguiente nivel es el  $n = 2$ ,  $\ell = 1$ , donde caben 6 electrones como máximo. De ellos, solo es necesario acomodar cuatro para completar el número de electrones del oxígeno.



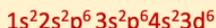
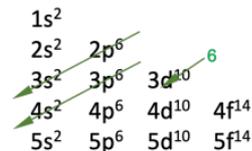
## Configuraciones electrónicas

En la práctica, es más fácil utilizar una descripción diagramática.

Oxígeno ( $Z = 8$ )

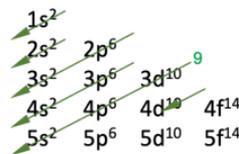


Hierro ( $Z = 26$ )



Algunas configuraciones electrónicas (principalmente, las de los átomos de transición y tierras raras) no se ajustan a esta representación.

Plata ( $Z = 47$ )



# Configuración electrónica y tabla periódica

Los distintos elementos atómicos se disponen en la tabla periódica dependiendo de sus configuraciones electrónicas.

## BLOQUE s

 $s^1$   $s^2$ 

1	2
H	He
3	4
Li	Be
11	12
Na	Mg
19	20
K	Ca
37	38
Rb	Sr
55	56
Cs	Ba
87	88
Fr	Ra

## BLOQUE p

 $p^1$   $p^2$   $p^3$   $p^4$   $p^5$   $p^6$ 

5	6	7	8	9	10
B	C	N	O	F	Ne
13	14	15	16	17	18
Al	Si	P	S	Cl	Ar
31	32	33	34	35	36
Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
49	50	51	52	53	54
In	Sn	Sb	Te	I	Xe
81	82	83	84	85	86
Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

## BLOQUE d

 $d^1$   $d^2$   $d^3$   $d^4$   $d^5$   $d^5$   $d^7$   $d^8$   $d^9$   $d^{10}$ 

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	
103	104	105	106	107	108	109			
Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt				

## BLOQUE f

 $f^1$   $f^2$   $f^3$   $f^4$   $f^5$   $f^6$   $f^7$   $f^8$   $f^9$   $f^{10}$   $f^{11}$   $f^{12}$   $f^{13}$   $f^{14}$ 

57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102
Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No

## Problemas

## Problema 1

Determinar la energía y longitud de onda del fotón correspondiente a la primera y última línea de las series de Lyman, Balmer, Paschen y Brackett del átomo de hidrógeno.

(Sol.: Lyman:  $\lambda_{\min} = 91.18 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\max} = 121.57 \text{ nm}$ ; Balmer:  $\lambda_{\min} = 364.71 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\max} = 656.47 \text{ nm}$ ; Paschen:  $\lambda_{\min} = 820.59 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\max} = 1875.63 \text{ nm}$ ; Brackett:  $\lambda_{\min} = 1458.82 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{\max} = 4052.28 \text{ nm}$ .)

## Problema 2

Un átomo de hidrógeno en su quinto estado excitado emite un fotón de longitud de onda 1090 nm. Calcular el momento angular máximo que puede tener el electrón tras la emisión.

(Sol.:  $\sqrt{6}\hbar$ )

## Problema 3

En el estado fundamental del átomo de hidrógeno,

- demostrar que la función de onda está normalizada;
- calcular la probabilidad de encontrar al electrón entre  $r_1 = \frac{a_0}{2}$  y  $r_2 = \frac{3a_0}{2}$ ;
- calcular la distancia más probable entre el electrón y el núcleo atómico.

[Sol.: b) 0.5; c)  $a_0$ ]

## Problema 4

Determinar el valor mínimo del ángulo  $\theta$  que forman el momento angular orbital  $\vec{L}$  y el eje  $OZ$  para: a)  $\ell = 1$ ; b)  $\ell = 4$ ; c)  $\ell = 50$ .

[Sol.: a)  $45^\circ$ ; b)  $26.56^\circ$ ; c)  $8.08^\circ$ ]