

AMPLIACIÓN DE FÍSICA DEL ESTADO SÓLIDO



TEMA 4

SISTEMAS CON ORDEN MAGNÉTICO

DEFINICIONES FUNDAMENTALES

Intensidad de campo magnético

\vec{H}

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Momento dipolar magnético

\vec{m}

$$\vec{m}_\ell = -\frac{g_\ell \mu_B}{\hbar} \vec{\ell}, g_\ell = 1$$

$$\vec{m}_s = -\frac{g_s \mu_B}{\hbar} \vec{s}, g_s = 2$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

$$\vec{m} = -\frac{g_J \mu_B}{\hbar} \vec{J}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$\Delta \varepsilon = -\mu_0 \vec{m} \cdot \vec{H}$$

$$\vec{m} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial(\Delta \varepsilon)}{\partial \vec{H}}$$

Imanación

\vec{M}

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

Inducción magnética

\vec{B}

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

CLASIFICACIÓN DE LOS SÓLIDOS

Todos los sólidos interactúan con los campos magnéticos

Sólidos no magnéticos

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

$\chi \equiv$ Susceptibilidad magnética
 $|\chi| \ll 1$

Diamagnéticos
Paramagnéticos

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \longrightarrow \vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu \vec{H} \approx \mu_0 \vec{H}$$

Sólidos magnéticos
(con orden magnético)

$$\vec{M}(\vec{H})$$

Función no lineal del campo magnético

Ferromagnéticos
Antiferromagnéticos
Ferrimagnéticos

FENOMENOLOGÍA DEL FERROMAGNETISMO

TRANSICIÓN DE FASE

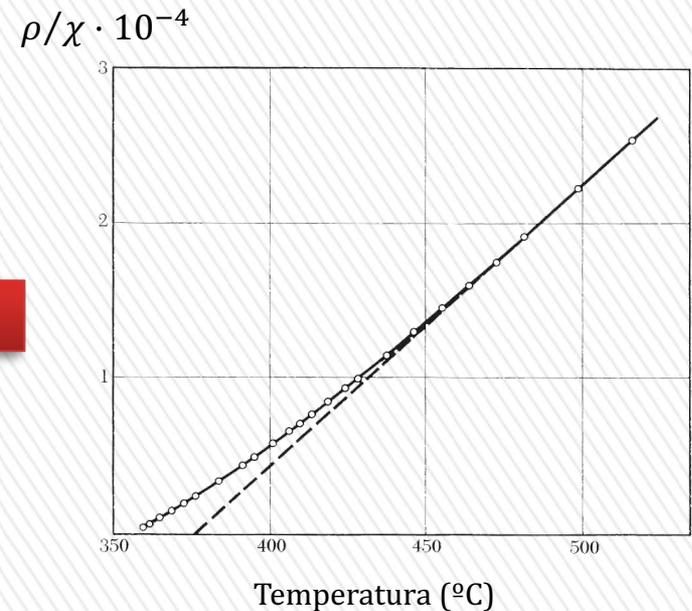
En la fase paramagnética

$$\chi = \frac{C}{T - \theta}$$

Ley de Curie-Weiss

Cerca de T_C

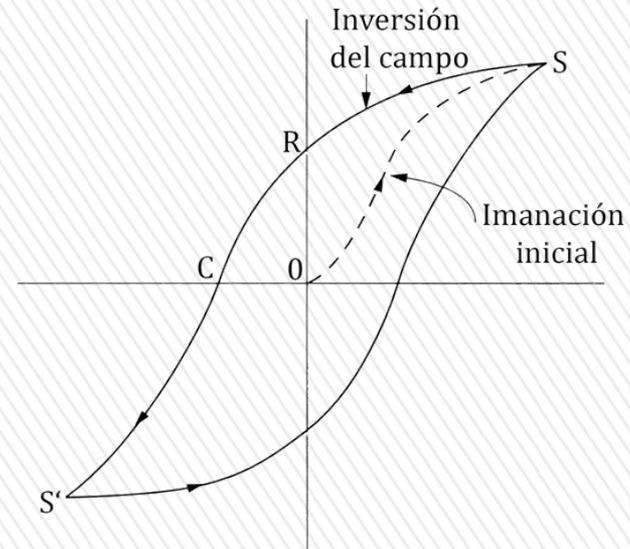
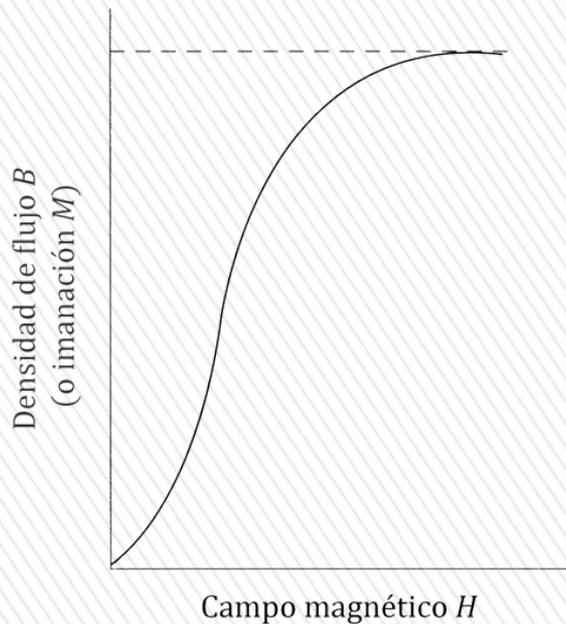
$$\chi \propto (T - T_C)^{-\gamma}$$



Ferromagnético	T_c (K)	γ	β
Fe	1043	1.33 ± 0.015	0.34 ± 0.04
Co	1388	1.21 ± 0.04	---
Ni	627.2	1.35 ± 0.02	0.42 ± 0.07
Gd	292.5	1.3 ± 0.1	---
CrO ₂	386.5	1.63 ± 0.02	---
CrBr ₃	32.56	1.215 ± 0.02	0.368 ± 0.005
EuS	16.5	---	0.33 ± 0.015

FENOMENOLOGÍA DEL FERROMAGNETISMO

HISTÉRESIS



$\vec{M}_s \equiv$ Imanación de saturación

$$M_s(T) = M_s(0)[1 - AT^{3/2}]$$

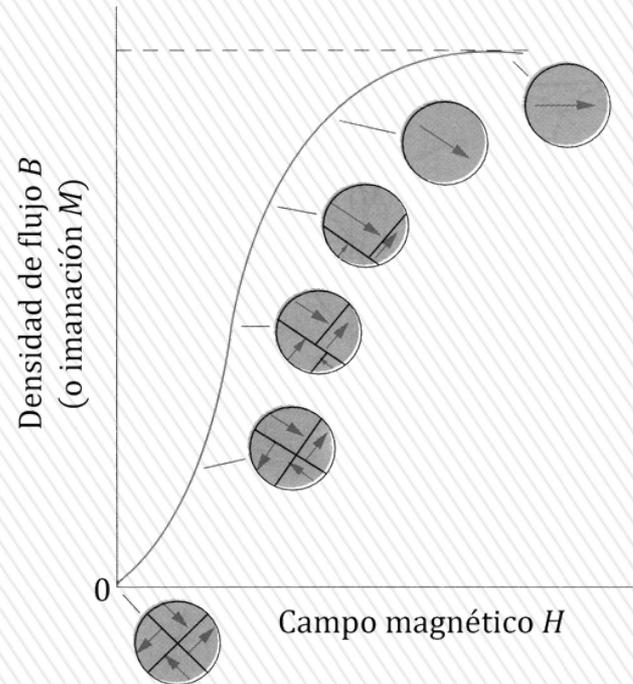
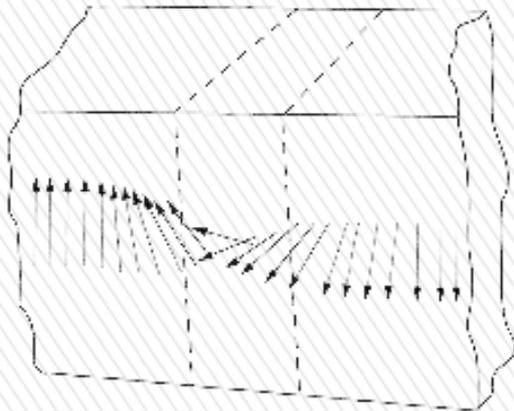
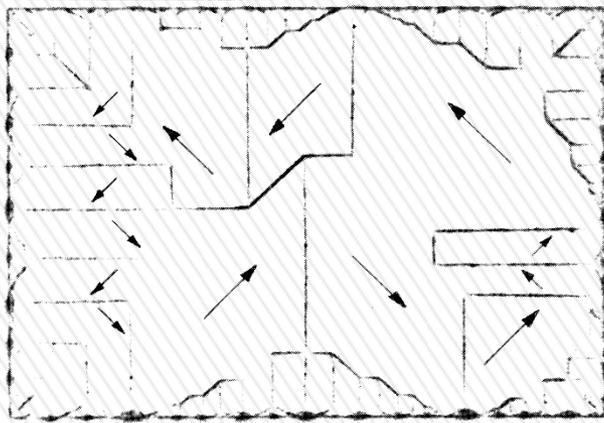
T bajas

$$\frac{M_s(T)}{M_s(0)} \propto (T_c - T)^\beta$$

$T \approx T_c$

FENOMENOLOGÍA DEL FERROMAGNETISMO

DOMINIOS MAGNÉTICOS



TEORÍA DE WEISS

- Los ferromagnéticos tienen una estructura de dominios, en cada uno de los cuales la imanación es una función monovaluada del campo magnético.
- La imanación en cada dominio se debe a un **campo magnético medio** proporcional a la imanación del sólido

$$H_i = H + H_m$$

$$H_m = WM$$

$W \equiv$ Constante de Weiss

Cálculo análogo al de un paramagnético, pero con el campo dado por $H + H_m$

$$M = ng_J\mu_B J B_J(\beta)$$

$$\beta = \frac{g_J\mu_B J B}{k_B T}$$

$$B_J(\beta) = \frac{2J+1}{2J} \coth \frac{2J+1}{2J} \beta - \frac{1}{2J} \coth \frac{\beta}{2J}$$

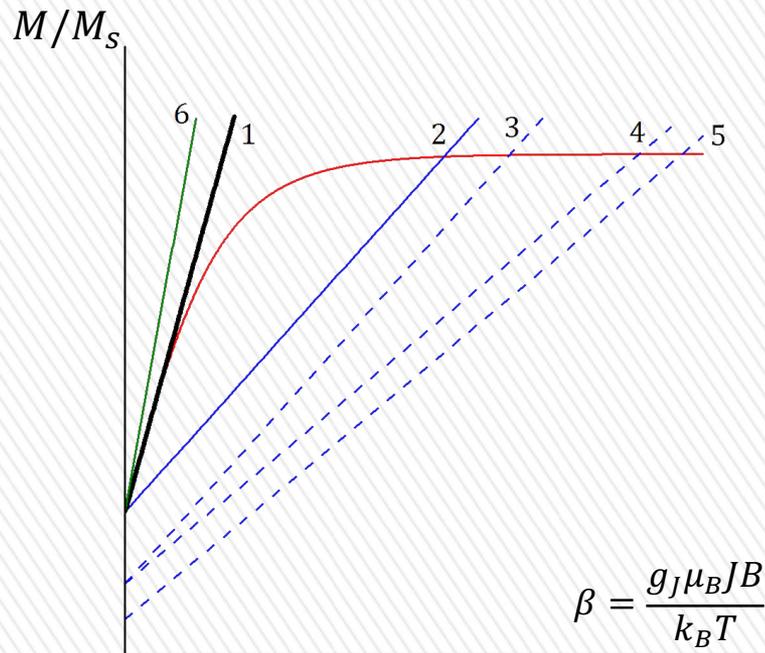
De la definición de campo B :

$$B = \mu_0(H_i + M) = \mu_0[H + (1 + W)M]$$

$$\frac{M}{M_s} \approx \frac{nk_B T}{\mu_0 M_s^2 W} \beta - \frac{1}{W M_s} H$$



TEORÍA DE WEISS



T baja \rightarrow Soluciones 2, a 5

T alta \rightarrow Solución 6

T crítica \rightarrow Solución 1

Fase paramagnética ($\beta \ll 1$)

$$\chi = \frac{C}{T - T_C}$$

$$C = n \frac{\mu_0 g_J^2 \mu_B^2}{3k_B} J(J+1) \quad T_C = CW$$

Fase ferromagnética

$$M(T) = M_s B_J \left(\frac{\mu_0 g_J J \mu_B W M(T)}{k_B T} \right)$$

$T \gg T_C$

$B_J(x) \rightarrow 1$

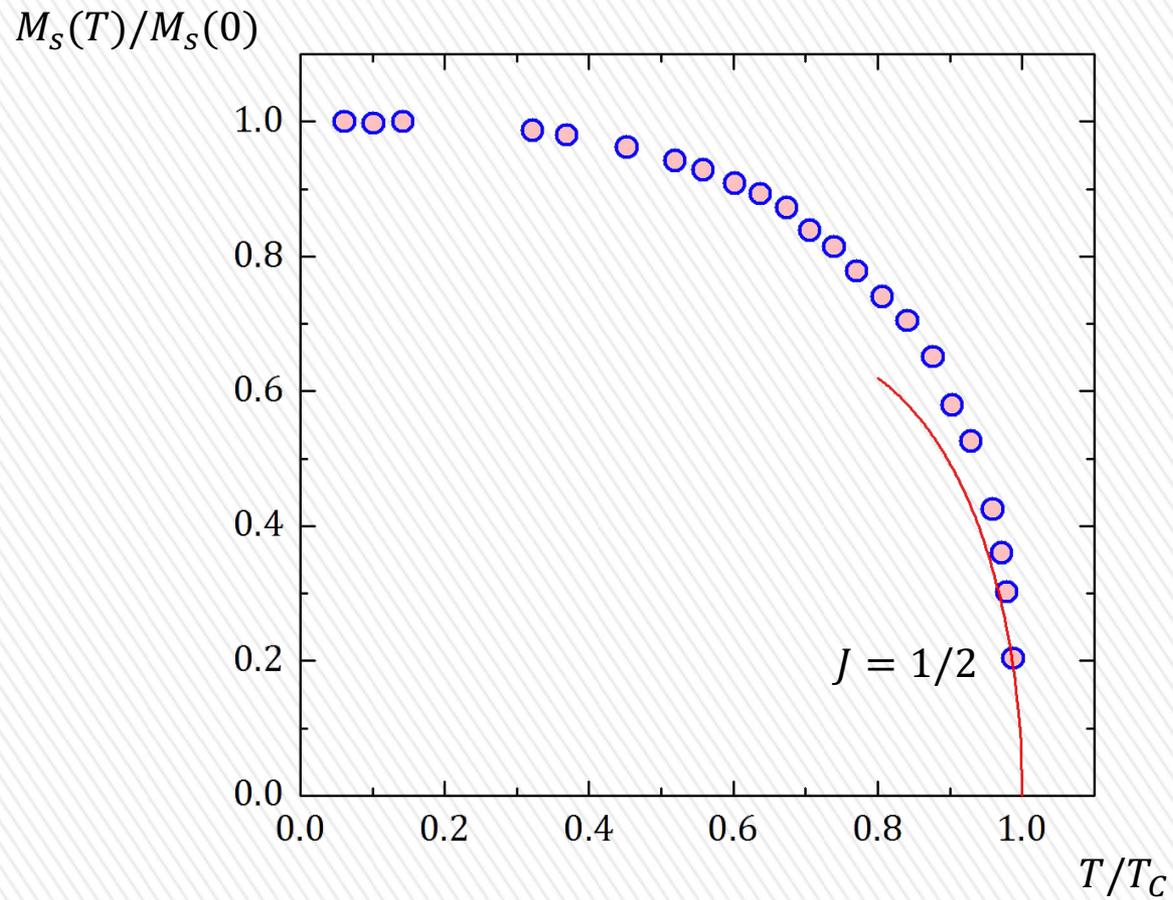
$$M(T) = M_s$$

$T \approx T_C$

$$\lim_{T \rightarrow T_C} B_J(\beta) = \frac{J+1}{J} \frac{\beta}{3} - \frac{(2J+1)^4 - 1}{(2J)^4} \frac{\beta^3}{45}$$

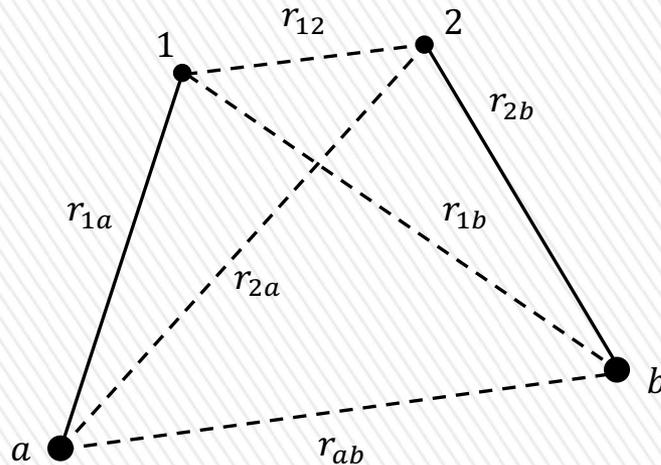
$$\frac{M(T)}{M_s} \propto \left(1 - \frac{T}{T_C}\right)^{1/2} \left(\frac{T}{T_C}\right)$$

TEORÍA DE WEISS



LA INTERACCIÓN DE INTERCAMBIO

EL MODELO HLSP



$$\Psi(\mathbf{r}_1, s_1; \mathbf{r}_2, s_2) = -\Psi(\mathbf{r}_2, s_2; \mathbf{r}_1, s_1)$$

$$H = H_1 + H_2 + H_{int} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_1^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{1a}} \right) + \left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_2^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{2a}} \right) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{ab}} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{1b}} - \frac{1}{r_{2a}} \right)$$

Sistema no perturbado

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_1^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{1a}} - \frac{\hbar^2}{2M} \nabla_2^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{2b}} \right) \psi_0 = E_0 \psi_0$$

$$\psi_1^0 = \psi_a(1)\psi_b(2)$$

$$\psi_2^0 = \psi_a(2)\psi_b(1)$$

$$E_0 = 2\epsilon_0$$

Sistema perturbado

$$\begin{vmatrix} H_{11} - E & H_{12} - ES_{12} \\ H_{12} - ES_{12} & H_{11} - E \end{vmatrix} = 0$$

$$H_{ij} = \int \psi_i^{0*} H \psi_j^0 d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

$$S_{12} = \int \psi_1^{0*} \psi_2^0 d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 = S_{ab}^2$$

LA INTERACCIÓN DE INTERCAMBIO

$$E_1 = \frac{H_{11} + H_{12}}{1 + S_{12}}$$

$$\varphi_1 = \frac{\psi_1^0 + \psi_2^0}{\sqrt{2(1 + S_{12})}}$$

(función orbital simétrica)

$$\psi_1^{total} = \frac{\psi_1^0 + \psi_2^0}{\sqrt{2(1 + S_{12})}} \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma_+(1)\sigma_-(2) - \sigma_+(2)\sigma_-(1)]$$

Singlete ($S = 0$)

$$E_2 = \frac{H_{11} - H_{12}}{1 - S_{12}}$$

$$\varphi_2 = \frac{\psi_1^0 - \psi_2^0}{\sqrt{2(1 - S_{12})}}$$

(función orbital antisimétrica)

$$\psi_2^{total} = \frac{\psi_1^0 - \psi_2^0}{\sqrt{2(1 - S_{12})}} \begin{cases} \sigma_+(1)\sigma_+(2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma_+(1)\sigma_-(2) + \sigma_+(2)\sigma_-(1)] \\ \sigma_-(1)\sigma_-(2) \end{cases}$$

Triplete ($S = 1$)

¿Cuál de las dos configuraciones es **enlazante** (menor energía)?

LA INTERACCIÓN DE INTERCAMBIO

$$H_{11} = 2\varepsilon_0 + Q$$

$$Q = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \int \psi_a(1)\psi_b(2) \left[\frac{1}{r_{ab}} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{2a}} - \frac{1}{r_{1b}} \right] \psi_a(1)\psi_b(2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

Integral de Coulomb

Engloba las interacciones que no están en los átomos aislados

$$H_{12} = 2\varepsilon_0 S_{ab}^2 + I$$

$$I = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \int \psi_a(1)\psi_b(2) \left[\frac{1}{r_{ab}} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{2a}} - \frac{1}{r_{1b}} \right] \psi_a(2)\psi_b(1) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

Integral de intercambio

Diferencia de energía electrostática entre las configuraciones electrónicas indistinguibles.

$$E_{1,2} - 2\varepsilon_0 = \frac{Q \pm I}{1 \pm S_{ab}^2}$$

LA INTERACCIÓN DE INTERCAMBIO

Q no tiene signo definido

$$I < 0$$

$$|I| \gg |Q|$$

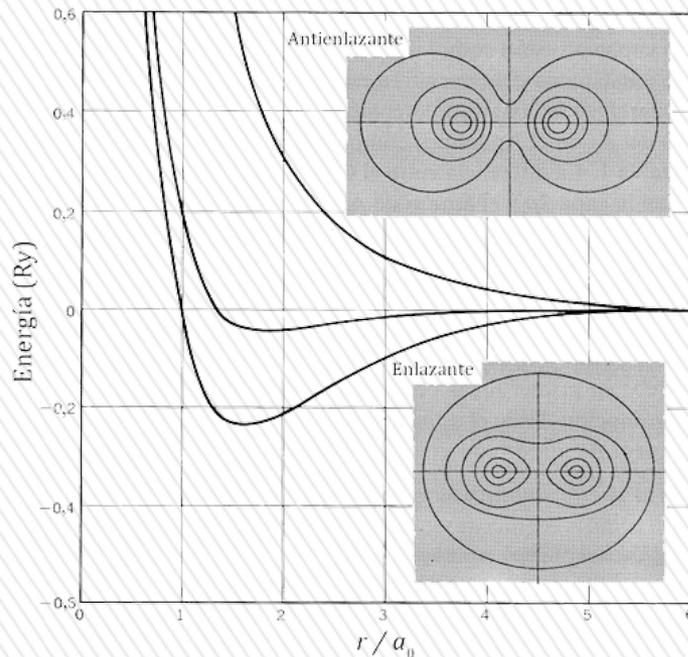


$$E_2 > 2\varepsilon_0$$

Estado **antienlazante**

$$E_1 < 2\varepsilon_0$$

Estado **enlazante**



$$\varepsilon_t - \varepsilon_s = \frac{2(QS_{ab}^2 - I)}{1 - S_{ab}^4} \equiv -\mathfrak{J}$$

$\mathfrak{J} \equiv$ Constante de intercambio

$\mathfrak{J} > 0 \rightarrow$ Ferromagnetismo

$\mathfrak{J} < 0 \rightarrow$ Antiferromagnetismo

EL HAMILTONIANO DE HEISENBERG

El principio de simetrización relaciona las partes orbital y de espín de la función de onda

Hamiltoniano de espín

$$\Delta\mathcal{H}_s = a + \frac{b}{\hbar^2} \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 = a + b \left(\frac{S(S+1)}{2} - \frac{3}{4} \right)$$
$$\varepsilon_s = a - \frac{3b}{4}$$
$$\varepsilon_t = a + \frac{b}{4}$$

$$\Delta\mathcal{H}_s = 2\varepsilon_0 + \frac{Q-I}{1-S_{ab}^2} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\hbar^2} \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \right) \mathfrak{J}$$

$$\Delta\mathcal{H} = -\frac{1}{2\hbar^2} \sum_i \sum_{j \neq i} \mathfrak{J}_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

Hamiltoniano de
Heisenberg

$\{\mathfrak{J}_{ij}\} \equiv$ Constantes de acoplamiento
por intercambio

$\{\mathfrak{J}_{ij}\} > 0 \rightarrow$ Ferromagnetismo

$\{\mathfrak{J}_{ij}\} < 0 \rightarrow$ Antiferromagnetismo

APROXIMACIÓN DE CAMPO MEDIO

Se acepta que el espín i –ésimo interactúa con el valor esperado del espín

$$\vec{S}_j \approx \langle \vec{S}_j \rangle \equiv \langle \vec{S} \rangle$$

$$\Delta\mathcal{H} \approx -\frac{1}{\hbar^2} \sum_i \vec{S}_i \cdot \left(\sum_j \mathfrak{T}_{ij} \langle \vec{S} \rangle \right) \equiv \|\vec{m}_i = -\frac{g_J \mu_B}{\hbar} \vec{S}_i\| \equiv -\mu_0 \sum_i \vec{m}_i \cdot \vec{H}_m$$

$$\vec{H}_m = -\frac{1}{\mu_0 \mu_B g_J \hbar} \sum_j \mathfrak{T}_{ij} \langle \vec{S} \rangle$$

La imanación del sistema es $\vec{M} = -\frac{n g_J \mu_B}{\hbar} \langle \vec{S} \rangle$

$$\vec{H}_m \equiv W \vec{M}$$

$$W = \frac{\sum_j \mathfrak{T}_{ij}}{n \mu_0 (g_J \mu_B)^2}$$

Equivale a la teoría de Weiss, y tiene sus mismos problemas, por tanto.

ONDAS DE ESPÍN

Consideremos un conjunto de átomos en su estado fundamental, con espín S , sometidos a un campo magnético constante paralelo al eje OZ

$$\Delta\mathcal{H} = -\frac{1}{2\hbar^2} \sum_i \sum_{j \neq i} \mathfrak{J}_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j - \frac{g_J \mu_B}{\hbar} B \sum_j S_{j,z}$$

$$\hat{S}_{j,\pm} = \hat{S}_{j,x} \pm i\hat{S}_{j,y} \quad \hat{S}_{j,\pm} |SM_{S,j}\rangle = \hbar \sqrt{(S \mp M_{S,j})(S + 1 \pm M_{S,j})} |SM_{S,j} \pm 1\rangle$$

$$\Delta\mathcal{H} = -\frac{1}{2\hbar^2} \sum_{ij} \mathfrak{J}_{ij} (\hat{S}_{i,-} \hat{S}_{j,+} + \hat{S}_{i,z} \hat{S}_{j,z}) - \frac{g_J \mu_B}{\hbar} B \sum_j \hat{S}_{j,z}$$

¿Estado fundamental ferromagnético?

$$|0\rangle = \prod_j |S S\rangle$$

$$\Delta\mathcal{H}|0\rangle = \varepsilon_0|0\rangle$$

$$\varepsilon_0 = -\frac{1}{2} S^2 \sum_{ij} \mathfrak{J}_{ij} - g_J \mu_B N S B$$

$$M_S = n g_J \mu_B S$$

ONDAS DE ESPÍN

Estado con el espín p –ésimo reducido en una unidad:

$$|p\rangle = |S S \dots \underbrace{S - 1} \dots \rangle = \frac{1}{\sqrt{2S}} \hat{S}_{p,-} |0\rangle$$

$$\Delta\mathcal{H}|p\rangle = (\varepsilon_0 + g_J\mu_B B)|p\rangle + S \sum_j \mathfrak{S}_{jp} (|p\rangle - |j\rangle)$$

$$|j\rangle = |S S \dots \underbrace{S} \dots \underbrace{S - 1} \dots \rangle$$

$|p\rangle$ no es propio del hamiltoniano de Heisenberg, aunque sí lo es una combinación de la forma

$$|\vec{k}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_p e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_p} |p\rangle$$

$$\Delta\mathcal{H}|\vec{k}\rangle = \varepsilon(\vec{k})|\vec{k}\rangle$$

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon_0 + g_J\mu_B B + 2S \sum_j \mathfrak{S}_j \text{sen}^2 \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_j}{2}$$

Onda de espín

ONDAS DE ESPÍN

Propiedades de las ondas de espín

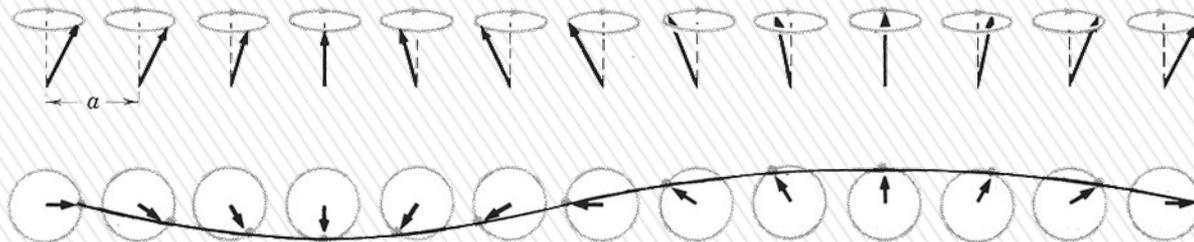
$$P(j) = |\langle j | \mathbf{k} \rangle|^2 = \frac{1}{N}$$

La perturbación se localiza en todos los átomos con igual probabilidad

Función de correlación transversal

$$\langle \vec{k} | \vec{S}_{i,\perp} \cdot \vec{S}_{j,\perp} | \vec{k} \rangle = \langle \vec{k} | S_{i,x} \cdot S_{j,x} + S_{i,y} \cdot S_{j,y} | \vec{k} \rangle$$

$$\langle \vec{k} | \vec{S}_{i,\perp} \cdot \vec{S}_{j,\perp} | \vec{k} \rangle = \frac{2S}{N} \cos \vec{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)$$



MAGNONES

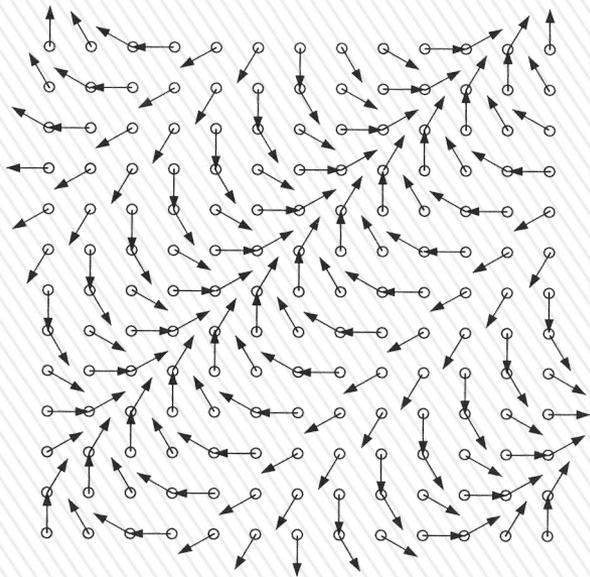
El estado general del sistema consiste en una superposición de ondas de espín.

Magnón

Partícula virtual asociada a las ondas de espín

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon_0 + g_J \mu_B B + 2S \sum_j \mathfrak{J}_j \text{sen}^2 \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_j}{2}$$



Número de magnones con vector de onda \vec{k}

$$n(\vec{k}) = \frac{1}{e^{\varepsilon(\vec{k})/k_B T} - 1}$$

Imanación del sólido

$$M(T) = M_s \left[1 - \frac{1}{nS} \sum_{\vec{k}} n(\vec{k}) \right]$$

IMANACIÓN ESPONTÁNEA

$$M(T) = M_s \left[1 - \frac{1}{nS} \frac{1}{8\pi^3} \int_{ZB} \frac{d\vec{k}}{e^{\varepsilon(\vec{k})/k_B T} - 1} \right]$$

Cálculo muy complejo en general

Temperaturas suficientemente bajas $\varepsilon(\vec{k}) = 2S \sum_j \mathfrak{S}_j \text{sen}^2 \frac{\vec{k} \cdot \vec{r}_j}{2} \approx \frac{S}{2} \sum_j \mathfrak{S}_j (\vec{k} \cdot \vec{r}_j)^2$

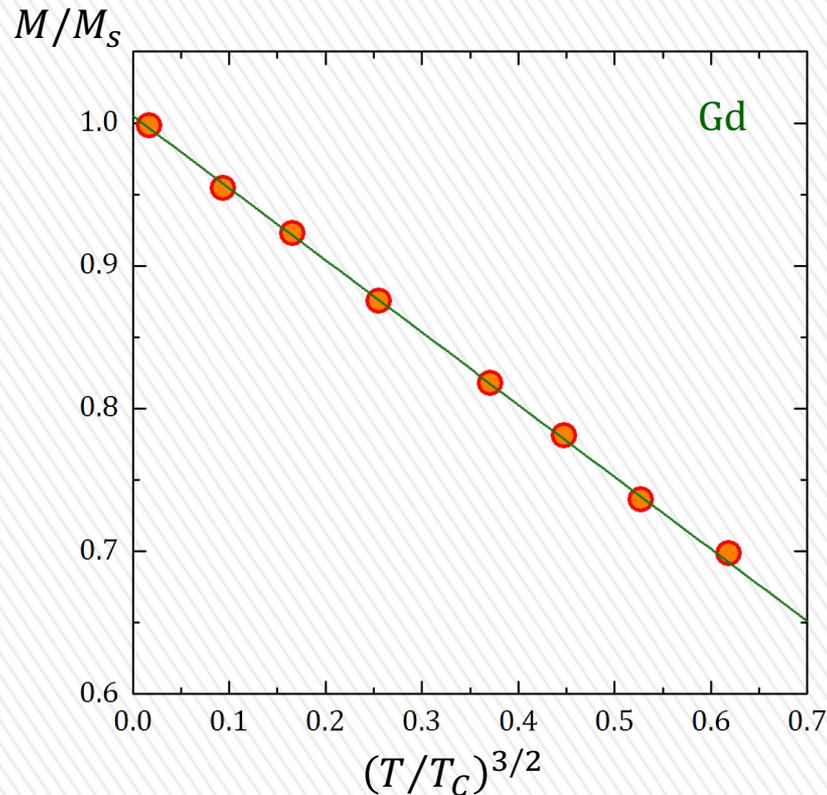
$$M(T) = M_s \left[1 - \frac{1}{nS} \frac{1}{8\pi^3} \int_{\text{Todo el espacio}} \left\{ \exp \left[\frac{S}{2k_B T} \sum_j \mathfrak{S}_j (\vec{k} \cdot \vec{r}_j)^2 \right] - 1 \right\}^{-1} d\vec{k} \right]$$

$$= \llbracket \vec{q} = (k_B T)^{1/2} \vec{k} \rrbracket = M_s \left[1 - \frac{1}{nS} (k_B T)^{3/2} \int_{\text{Todo el espacio}} \left\{ \exp \left[\frac{S}{2} \sum_j \mathfrak{S}_j (\vec{q} \cdot \vec{r}_j)^2 \right] - 1 \right\}^{-1} \frac{d\vec{q}}{8\pi^3} \right]$$

IMANACIÓN ESPONTÁNEA

$$M(T) = M_s(1 - AT^{3/2})$$

Ley de Bloch



La teoría no es satisfactoria para el hierro, el cobalto o el níquel

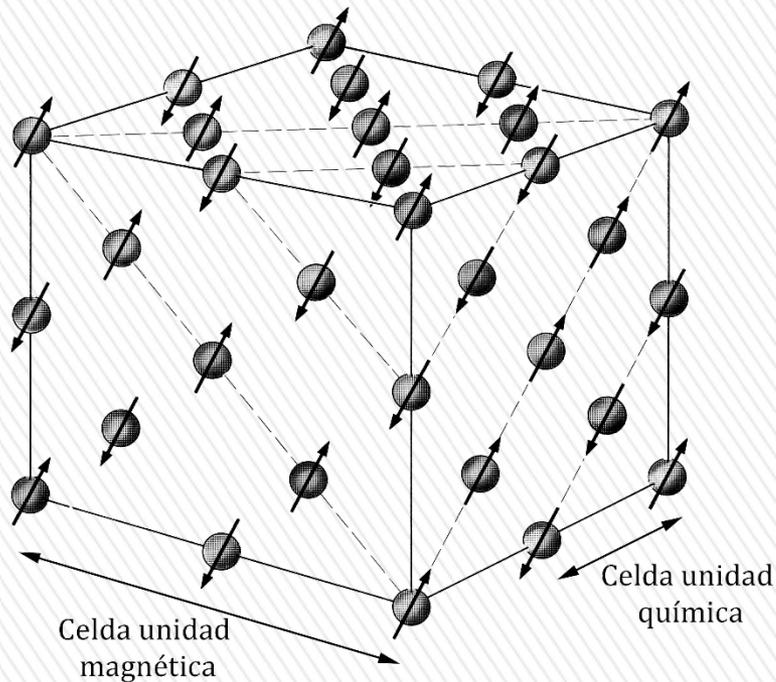
Efectos de alta temperatura

Contribución de los electrones de conducción

Modelo de electrones itinerantes

ANTIFERROMAGNETISMO

Constantes de intercambio $\{\mathfrak{J}_{ij}\}$ negativas



MnO

Estructura de dominios

Transición de fase a la temperatura de Néel

$$\chi = \frac{C}{T + \theta}$$

¿Estado fundamental antiferromagnético?

$$\varepsilon_0 \neq -\frac{S^2}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} |\mathfrak{J}_{ij}|$$

EL MODELO DE LAS DOS REDES

Sobre cada átomo actúa un campo microscópico al que contribuyen las redes de espines paralelos y antiparalelos al campo magnético

$$\vec{H}_+ = \vec{H} - \alpha \vec{M}_- - \gamma \vec{M}_+$$

$$\vec{H}_- = \vec{H} - \alpha \vec{M}_+ - \gamma \vec{M}_-$$

$$\alpha > \gamma > 0$$

$$M_{\pm} = \frac{n}{2} g_J \mu_B J B_J(\beta_{\pm})$$

$$\beta_{\pm} = \frac{g_J \mu_B J B_{\pm}}{k_B T}$$

Fase paramagnética ($T > T_N$)

$$M_{\pm} = \frac{1}{2} \frac{n (g_J \mu_B)^2}{3 k_B T} J(J+1) B_{\pm}$$

$$\begin{aligned} \left(T + \frac{1}{2} C \gamma\right) M_+ - \frac{1}{2} C \alpha M_- &= \frac{1}{2} C H \\ -\frac{1}{2} C \alpha M_+ + \left(T + \frac{1}{2} C \gamma\right) M_- &= -\frac{1}{2} C H \end{aligned}$$

$$\chi = \frac{C}{T + T'_C}$$

$$T'_C = \frac{1}{2} C (\alpha + \gamma)$$

EL MODELO DE LAS DOS REDES

Temperatura de Néel

$$\begin{vmatrix} \left(T_N + \frac{1}{2}C\gamma\right) & -\frac{1}{2}C\alpha \\ -\frac{1}{2}C\alpha & \left(T_N + \frac{1}{2}C\gamma\right) \end{vmatrix} = 0$$

$$T_N = \frac{1}{2}C(\alpha - \gamma) = \frac{1}{2} \frac{n\mu_0 (g_J \mu_B)^2}{3k_B} J(J+1)(\alpha - \gamma)$$

$$\frac{T_N}{|T_C|} = \frac{T_N}{T'_C} = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha + \gamma} < 1$$

Imanaciones en las subredes para $H = 0$

$$M_0 = M_+ = M_- \quad M_0 = \frac{n}{2} g_J \mu_B J B_J \left(\frac{g_J \mu_B J B_0}{k_B T} \right)$$

$$B_0 = \mu_0 M_0 (\alpha - \gamma)$$

Tratamiento análogo al de la teoría de Weiss

EL MODELO DE LAS DOS REDES

Imanaciones en las subredes para $H \neq 0$ (paralelo a las imanaciones)

Los campos medios son más intensos que el campo externo

$$M_{\pm} = \frac{n}{2} g_J \mu_B J [B_J(\beta_0) + (\beta_{\pm} - \beta_0) B'_J(\beta_0)] + O[(\beta_{\pm} - \beta_0)^2]$$

$$M = M_+ - M_- = \frac{n}{2} g_J \mu_B J (\beta_+ - \beta_-) B'_J(\beta_0) = \frac{n\mu_0}{2k_B T} (g_J \mu_B J)^2 (H_+ - H_-) B'_J(\beta_0)$$

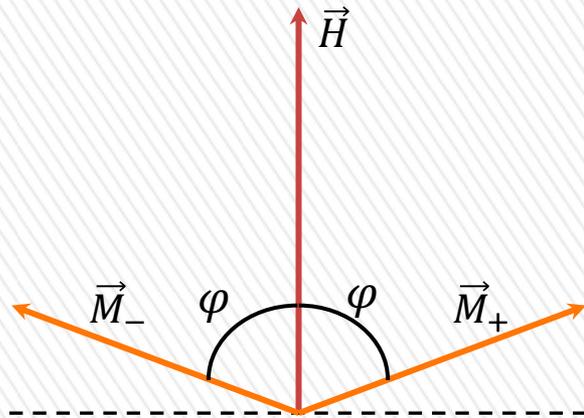
$$H_+ - H_- = 2H - (\alpha + \gamma)(M_+ - M_-)$$

$$M = \frac{\frac{n\mu_0}{k_B} (g_J \mu_B J)^2 B'_J(\beta_0)}{T + \frac{(\alpha + \gamma) n\mu_0}{2 k_B} (g_J \mu_B J)^2 B'_J(\beta_0)} H$$

$$\chi_{\parallel}(T) = \frac{\frac{n\mu_0}{k_B} (g_J \mu_B J)^2 B'_J(\beta_0)}{T + \frac{(\alpha + \gamma) n\mu_0}{2 k_B} (g_J \mu_B J)^2 B'_J(\beta_0)} \equiv \frac{C'}{T + \theta'}$$

EL MODELO DE LAS DOS REDES

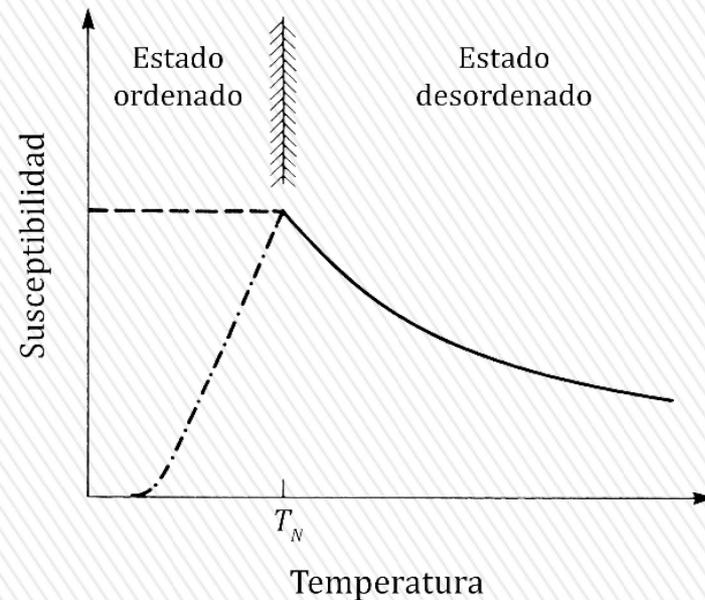
El comportamiento de la imanación depende críticamente de la orientación del campo con respecto a la dirección inicial de los momentos magnéticos.



$$\vec{M}_+ \times \vec{H}_+ = \vec{M}_+ \times \vec{H} - \alpha \vec{M}_+ \times \vec{M}_- = \vec{0}$$

$$\frac{H}{\alpha} = 2M_- \cos \varphi = M$$

$$\chi_{\perp} = \frac{1}{\alpha}$$



$$\chi = \frac{1}{3}\chi_{\parallel} + \frac{2}{3}\chi_{\perp}$$

FERRIMAGNETISMO

Aproximación de las dos redes (campo medio)

$$\begin{aligned}\vec{H}_+ &= \vec{H} - \alpha \vec{M}_- - \gamma_+ \vec{M}_+ \\ \vec{H}_- &= \vec{H} - \alpha \vec{M}_+ - \gamma_- \vec{M}_-\end{aligned}\quad \alpha^2 - \gamma_+ \gamma_- > 0$$

Fase paramagnética ($T > T_N$)

$$M_{\pm} = \frac{n_{\pm} \mu_0 (g_J \mu_B)^2}{3k_B T} J(J+1) H_{\pm} = \lambda_{\pm} \frac{C}{T} H_{\pm} \quad \lambda_{\pm} = \frac{n_{\pm}}{n}$$

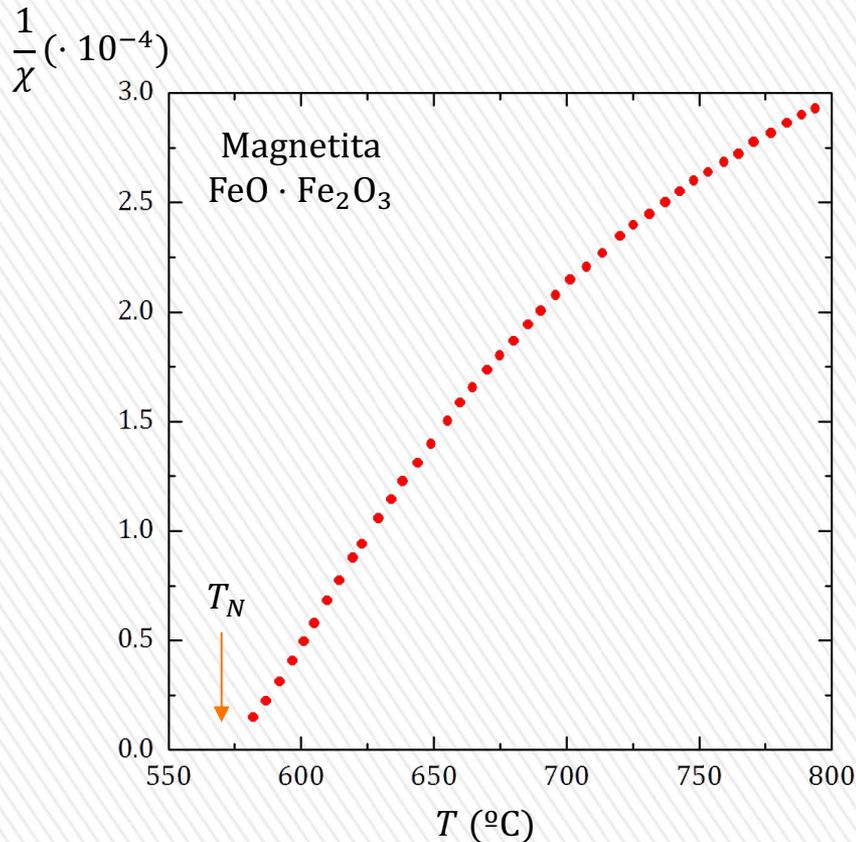
$$\begin{aligned}\left(\frac{T}{\lambda_+ C} + \gamma_+\right) M_+ - \alpha M_- &= H \\ -\alpha M_+ + \left(\frac{T}{\lambda_- C} + \gamma_-\right) M_- &= -H\end{aligned}$$

$$\frac{1}{\chi} = \frac{\left(T + \frac{C}{\chi_0}\right) (T - T_0) - C\sigma}{C(T - T_0)}$$

$$T_0 = \lambda_+ \lambda_- C (2\alpha - \gamma_+ - \gamma_-) \quad \frac{1}{\chi_0} = 2\lambda_+ \lambda_- \alpha + \lambda_+^2 \gamma_+ + \lambda_-^2 \gamma_- \quad \sigma = \lambda_+ \lambda_- C [\lambda_+ (\alpha - \gamma_+) - \lambda_- (\alpha - \gamma_-)]^2$$

FERRIMAGNETISMO

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\chi_0} + \frac{T}{C} - \frac{\sigma}{T - T_0}$$



Fase ferrimagnética ($T < T_N$)

$$M_{\pm} = \lambda_{\pm} n g_J \mu_B J B_J(\beta_{\pm})$$

Difícil solución

Temperatura de Néel

$$\chi \rightarrow \infty$$

$$T_N^2 + T_N C (\lambda_+ \gamma_+ + \lambda_- \gamma_-) + C^2 \lambda_+ \lambda_- (\gamma_+ \gamma_- - \alpha^2) = 0$$

$$T_N = (\lambda_+ \gamma_+ + \lambda_- \gamma_-) \frac{C}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{4 \lambda_+ \lambda_- (\alpha^2 - \gamma_+ \gamma_-)}{(\lambda_+ \gamma_+ + \lambda_- \gamma_-)^2}} - 1 \right]$$