Relaciones de fluctuación-disipación fuera del equilibrio en vidrios de espín

Juan J. Ruiz-Lorenzo

Departamento de Física (UEx)
Instituto de Biocomputación y
Física de los Sistemas Complejos [BIFI](UZ)

ruiz@unex.es

En colaboración con:

A. Cruz, S. Jiménez y A. Tarancón (U. Zaragoza y BIFI)

L. A. Fernández (UCM y BIFI)

Transparencias de la charla en:

http://www.unex.es/fisteor/juan

Vidrios de Espín

- **Materiales metálicos con impurezas magnéticas. Por ejemplo, Cobre o Plata con impurezas de Hierro o Manganeso** ($\simeq 1\,\%$).
- **La interacción entre los momentos magnéticos (impurezas) está mediada por los electrones de la banda de conducción del metal, induciendo una interacción oscilante (RKKY):**

$$J(r) \simeq \frac{\cos(2k_{\mathrm{F}}r)}{r^3} \quad \text{si} \quad k_{\mathrm{F}}r \gg 1 \; .$$

- **Las propiedades anteriores inducen desorden y frustración.**
- **Aunque en general los espines son de Heisenberg, los espines en CuMn se pueden considerar de Ising en muy buena aproximación.**
- **Hamiltoniano de Edwards y Anderson:**

$$\mathcal{H} = -\sum_{<i,j>} J_{ij}\sigma_i\sigma_j - \sum_{<i,j>} J_{ij}\tau_i\tau_j$$

J_{ij} **Gaussianas o bimodales de media cero.**

- **Parámetro de orden: Solapamiento entre dos réplicas independientes del sistema,** q:

$$q = \overline{\langle \sigma_i \tau_i \rangle}$$

- **Meta: Caracterizar** $P(q)$.

Modelos Teóricos I: Droplets

- **Ferromagneto "camuflado".**
- **Fase de alta temperatura paramagnética:** $\overline{\langle m_i \rangle^2} = 0$ **.**
- $h = 0$: **Fase (vidrio de espín) de baja temperatura compuesta por dos estados relacionados por "spin-flip":** $q_{\rm EA} = \overline{\langle m_i \rangle^2} \neq 0$. **Transición de fase paramagneto-vidrio de espín.**
- $h > 0$**: La fase vidrio de espín es inestable bajo el campo magnético: fase de baja temperatura paramagnética. No hay transición de fase en presencia de campo magnético.**
- $P(q)$ **trivial.**

Modelos Teóricos II: Replica Symmetry Breaking (RSB)

- Fase de alta temperatura paramagnética.
- Fase de baja temperatura vidrio de espín:
  - Numero infinito (no numerable) de estados puros (de volumen finito) no relacionados entre si por una simetría (módulo la simetría global de "spin-flip").
  - Estos estados pudieran estar organizados de manera ultramétrica.
- Existe transición de fase tanto en ausencia como en presencia de campo magnético.
- $P(q)$ no trivial.

Existe un tercer escenario (intermedio): TNT (Trivial Not Trivial): $P(q)$ No Trivial pero $P(q_{\rm link})$ Trivial.

Fluctuación-Disipación: Equilibrio.

Si perturbamos un Hamiltoniano $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H}' = \mathcal{H} + \int \Delta h(t) A(t)\, dt \ ,$$

podemos definir la función de autocorrelación, C **y la función de respuesta,** R,

$$C(t_1, t_2) \equiv \langle A(t_1) A(t_2) \rangle \ ,$$

$$R(t_1, t_2) \equiv \left. \frac{\delta \langle A(t_1) \rangle}{\delta \Delta h(t_2)} \right|_{\Delta h = 0} \ .$$

Normalmente $A(t) = \sigma_i(t)$.

En el equilibrio, C **y** R **están relacionadas por**

$$R(t_1, t_2) = \frac{1}{T} \theta(t_1 - t_2) \frac{\partial C(t_1, t_2)}{\partial t_2} \ ,$$

que es el Teorema de Fluctuación-Disipación.

Fluctuación-Disipación: Fuera del equilibrio.

Fuera del equilibrio y en vidrios de espín en dimensión infinita (donde RSB es exacta) se verifica:

$$R(t_1,t_2) = \frac{1}{T} X(C(t_1,t_2)) \frac{\partial C(t_1,t_2)}{\partial t_2} ,$$

En el equilibrio $X = 1$. **Además, cuando** $t_2 \to \infty$, $q = C(t_1,t_2)$:

$$X(q) \to x(q) \equiv \int_{q_{\min}}^{q} dq' P(q') \ ,$$

que es la relación dinámica-estática. [Cugliandolo y Kurchan. Numéricamente: Franz y Rieger]

Esta relación ha sido demostrada en sistemas desordenados con la propiedad de estabilidad estocástica. [Numéricamente: Marinari, Parisi, Ricci-Tersenghi y Ruiz-Lorenzo. Analíticamente: Franz, Mezard, Parisi y Peliti.]

Un modelo es estable estocásticamente bajo una clase de perturbaciones aleatorias:

$$\mathcal{H} \to \mathcal{H} + \epsilon \mathcal{H}_R$$

si su energia libre promedio (con respecto a $\mathcal{H}_{\mathcal{R}}$**) es una función diferenciable de** ϵ **y el límite termodinámico conmuta con las derivadas respecto a** ϵ, **para una elección de la perturbacíon en la clase dada de perturbaciones** $\mathcal{H}_R$.

Fluctuación-Disipación: Implementación.

En el régimen lineal:

$$m[h+\Delta h](t) = m[h](t) + \int_{-\infty}^{t} dt' \; \left.\frac{\delta m[h'](t)}{\delta h'(t')}\right|_{h'(t)=h(t)} \Delta h(t') + \mathcal{O}(\Delta h^2) \; .$$

Usando la defición de R:

$$\Delta m[h,\Delta h](t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \; R(t,t')\Delta h(t') + \mathcal{O}(\Delta h^2) \; .$$

Aplicando el teorema de fluctuación-disipación generalizado:

$$\Delta m[h,\Delta h](t) \simeq \Delta h \beta \int_{t_{\rm w}}^{t} dt' \; X[C(t,t')] \frac{\partial C(t,t')}{\partial t'} \; ,$$

y haciendo el cambio de variables $u = C(t,t_{\rm w})$:

$$\Delta m[h,\Delta h](t) \simeq \Delta h \beta \int_{C(t,t_{\rm w})}^{1} du \; X[u] \; .$$

Si definimos:

$$S(C) \equiv \int_{C}^{1} dq \; x(q) \; ,$$

podemos escribir finalmente (relación estática dinámica, $t_{\rm w} \gg 1$):

$$\boxed{\frac{\Delta m[\Delta h](t) \; T}{\Delta h} \simeq S(C(t,t_{\rm w})) \; .}$$

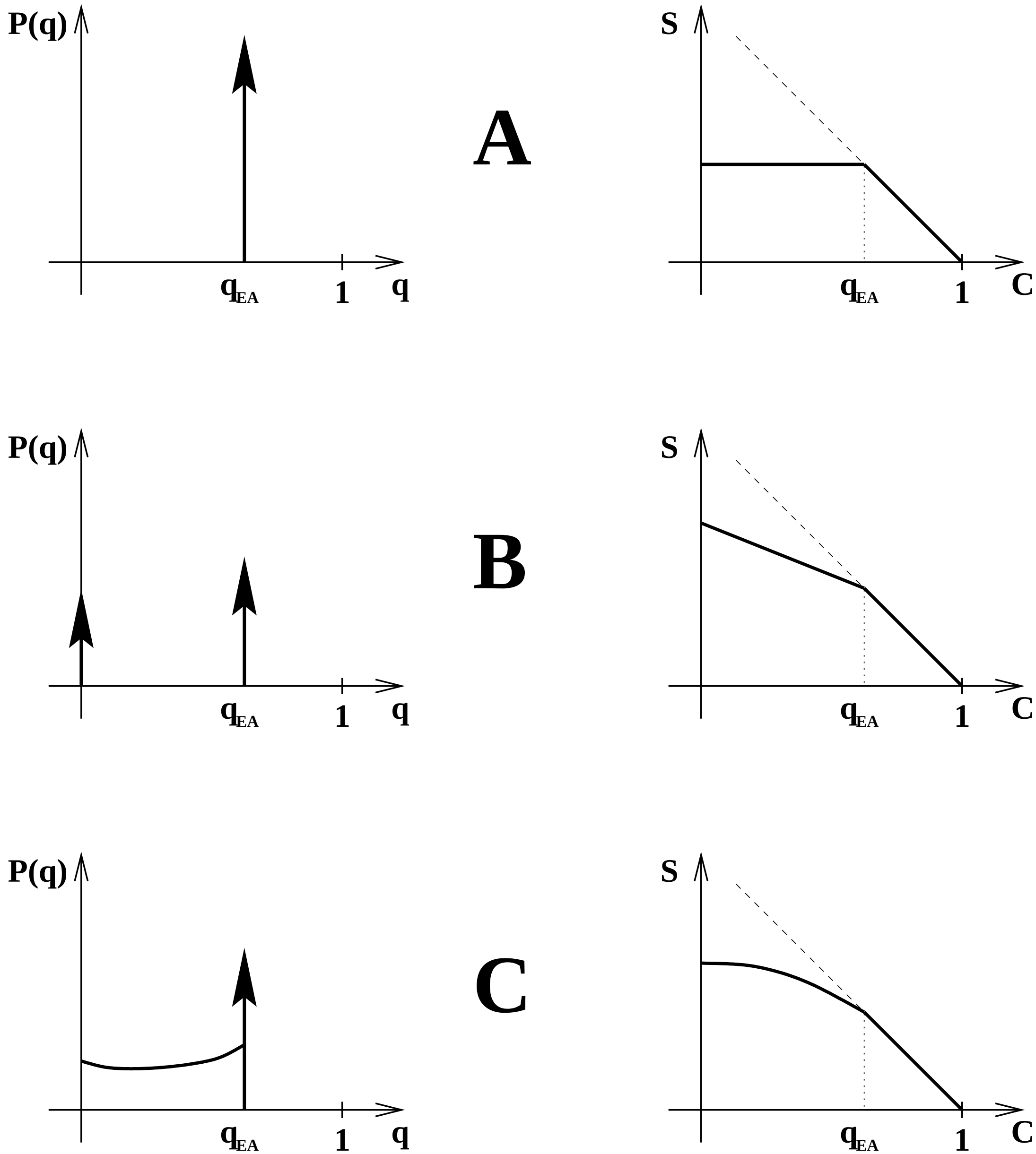

Figura 1: **Comportamientos Droplet, 1-step y RSB.**

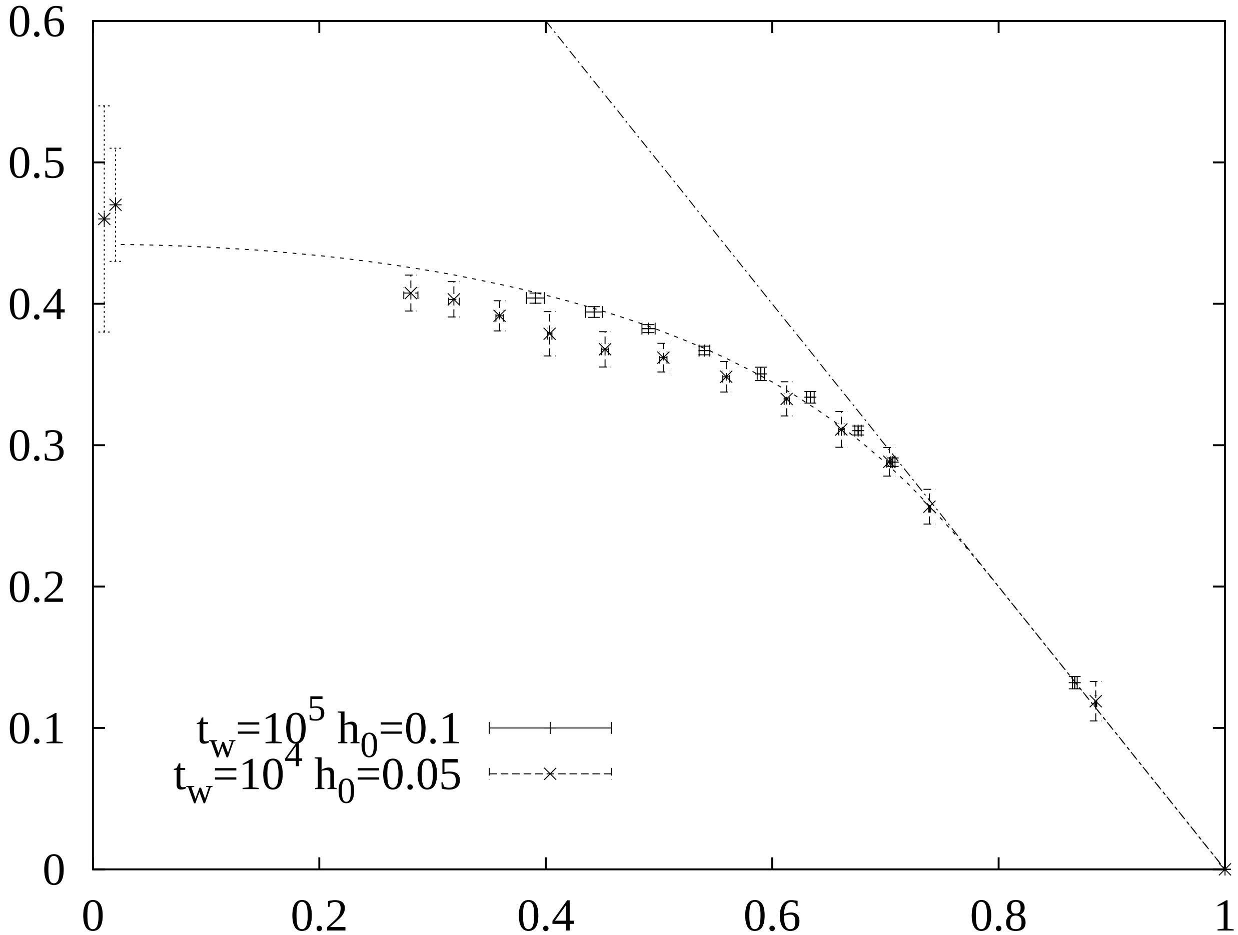

Figura 2: **Vidrio de espín tridimensional.** $h = 0$, $L = 64$, $T = 0.7T_c$. Marinari, Parisi, Ricci-Tersenghi y Ruiz-Lorenzo. Véase también Berthier y Barrat.

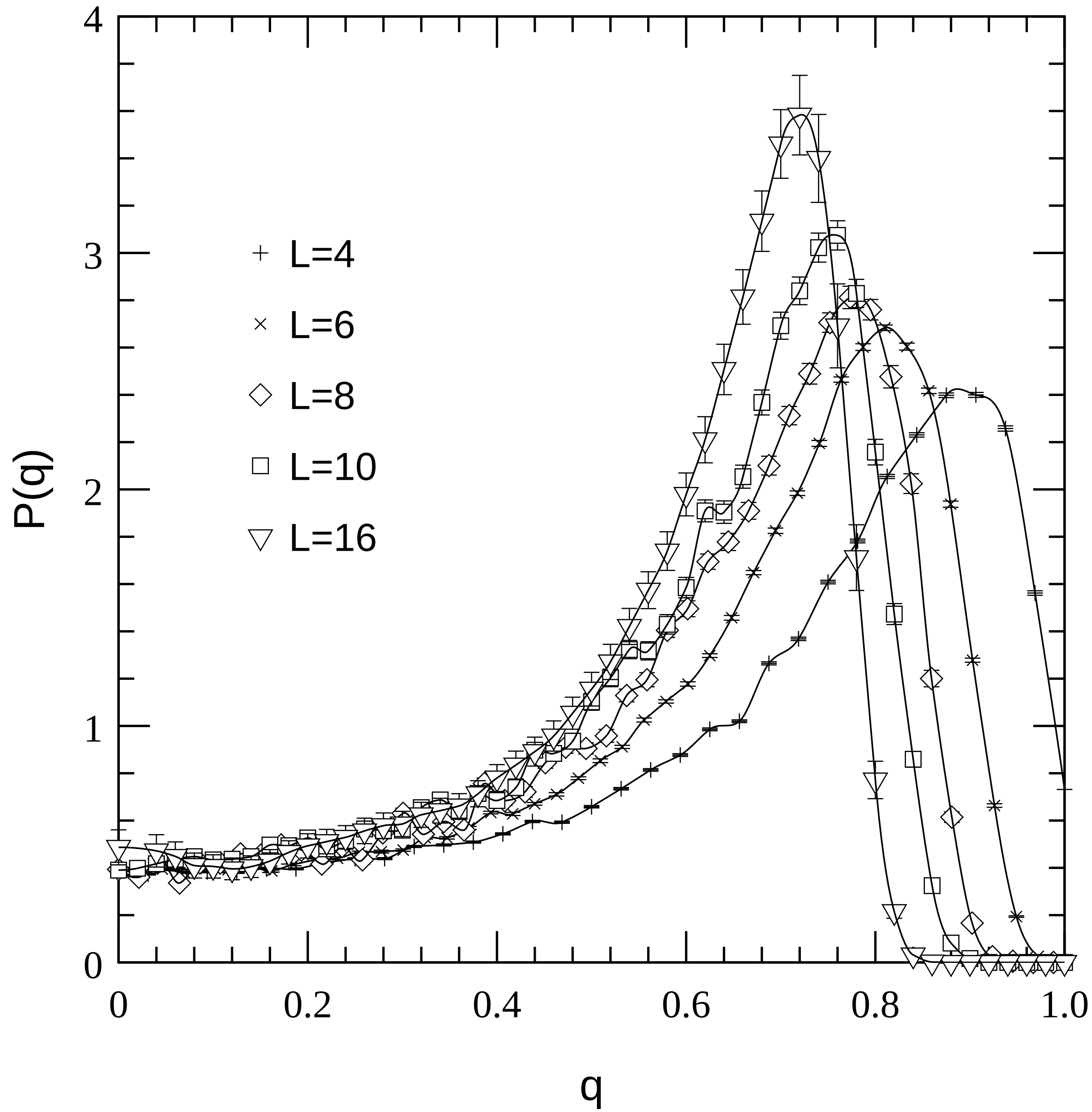

Figura 3: Distribución de probabilidad del solapamiento en el equilibrio.

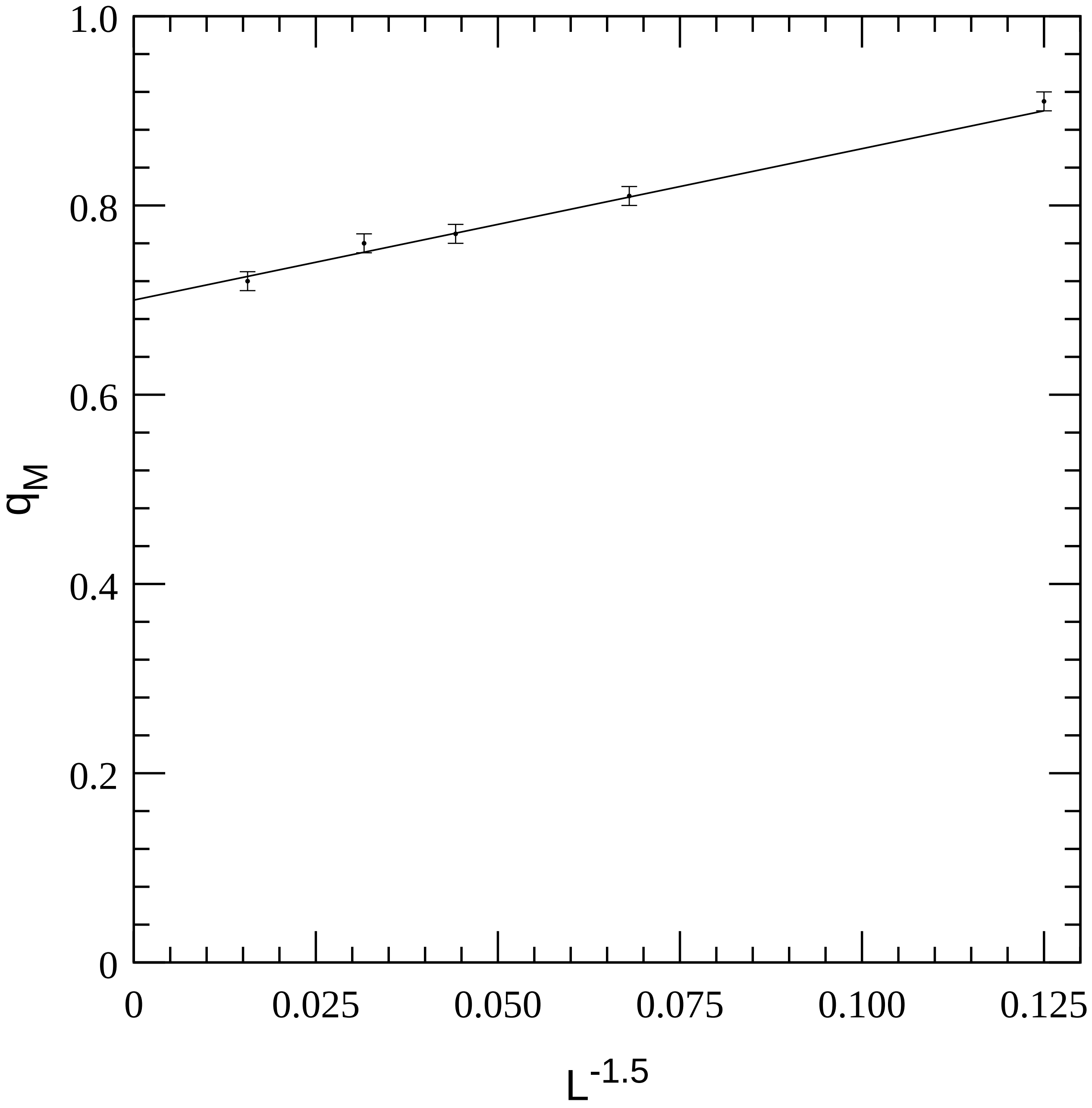

Figura 4: **“Máximo” solapamiento en función del tamaño del sistema.**

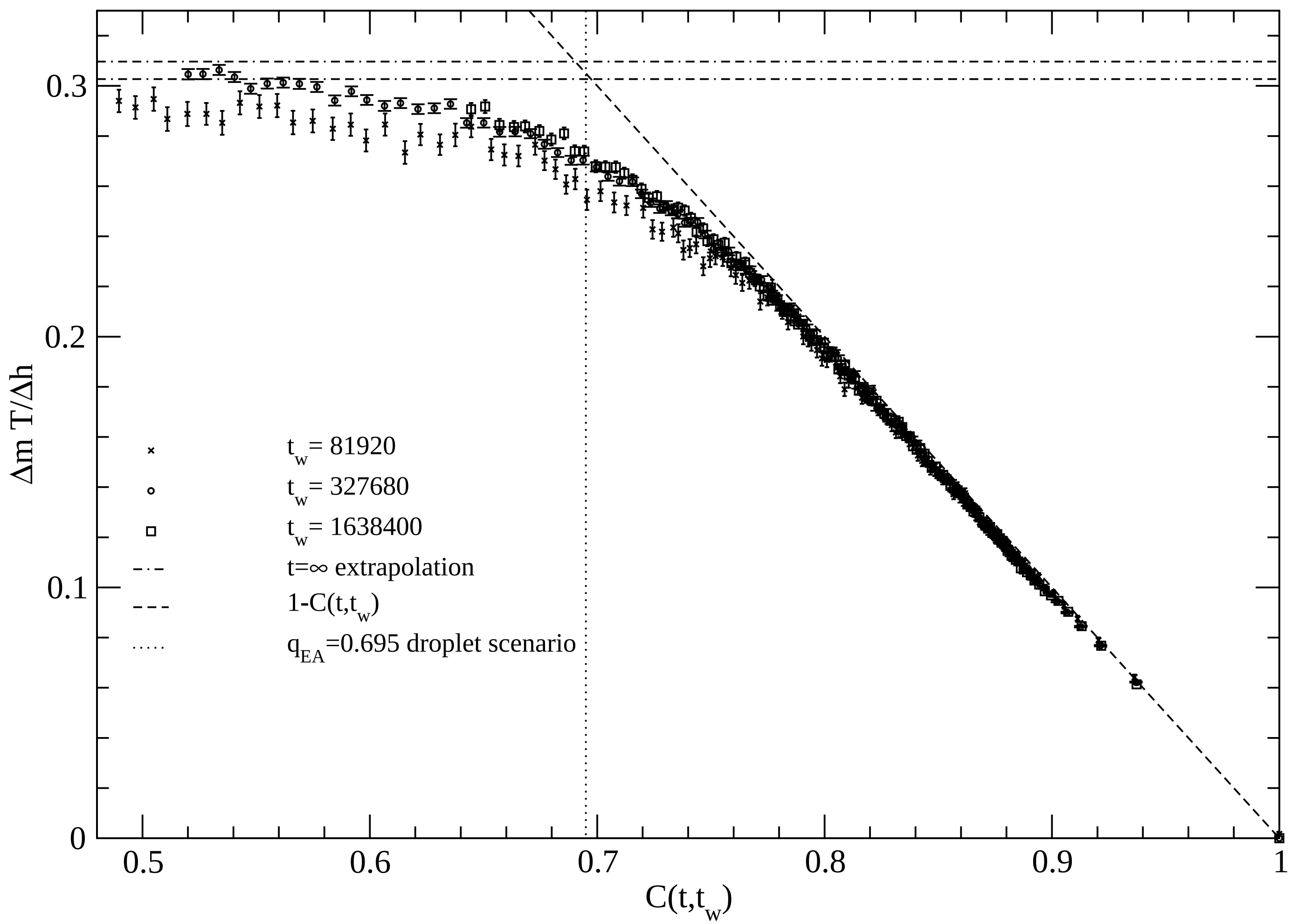

Figura 5: **Vidrio de espín tridimensional.** $h = 0.2$, $L = 30$, $T = 0.714$**.** Cruz, Fernández, Jiménez, Ruiz-Lorenzo y Tarancón.

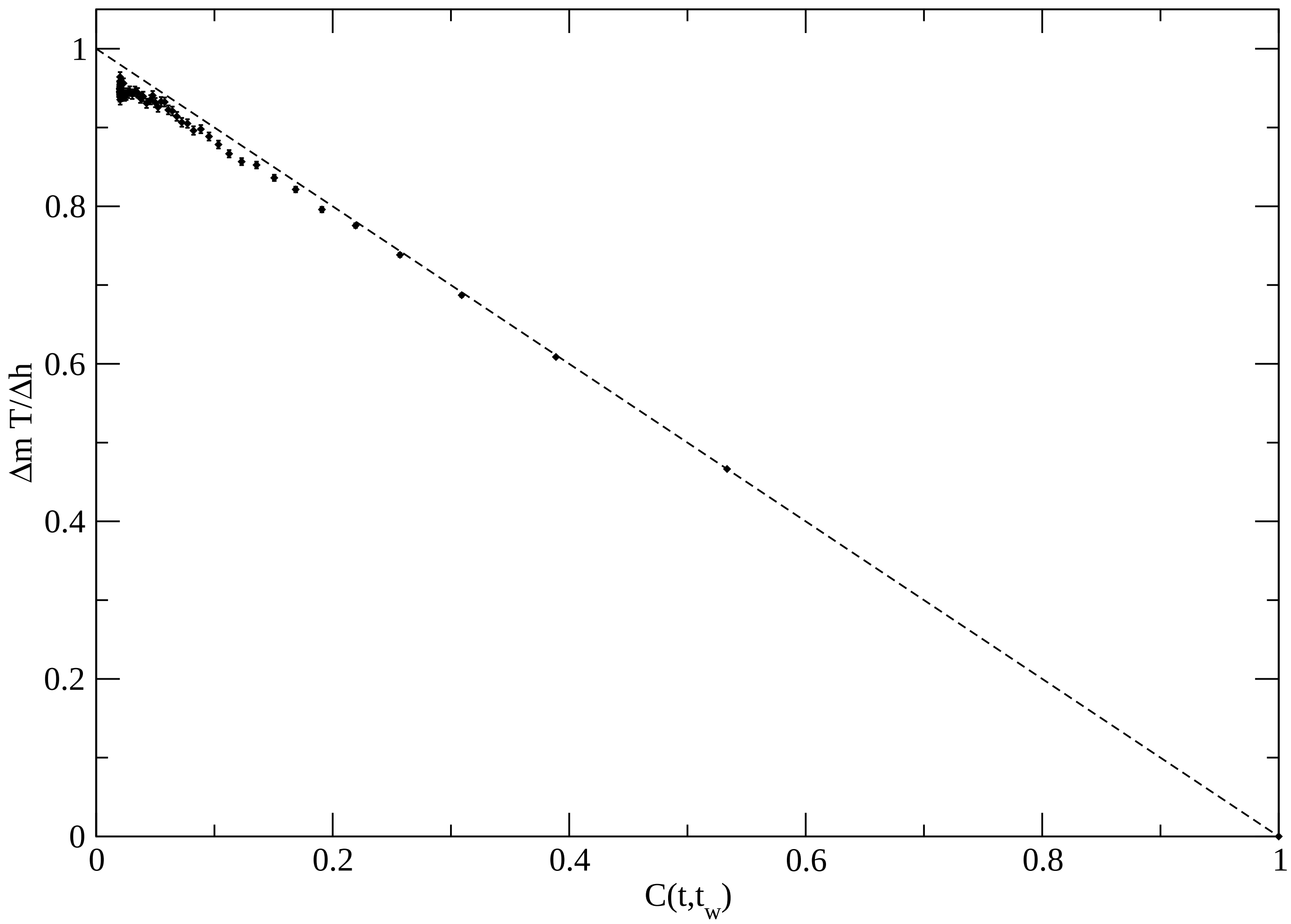

Figura 6: **Vidrio de espín tridimensional.** $h = 0.2$, $L = 30$, $T = 2.5$. $t_{\mathrm{w}} = 409600$.

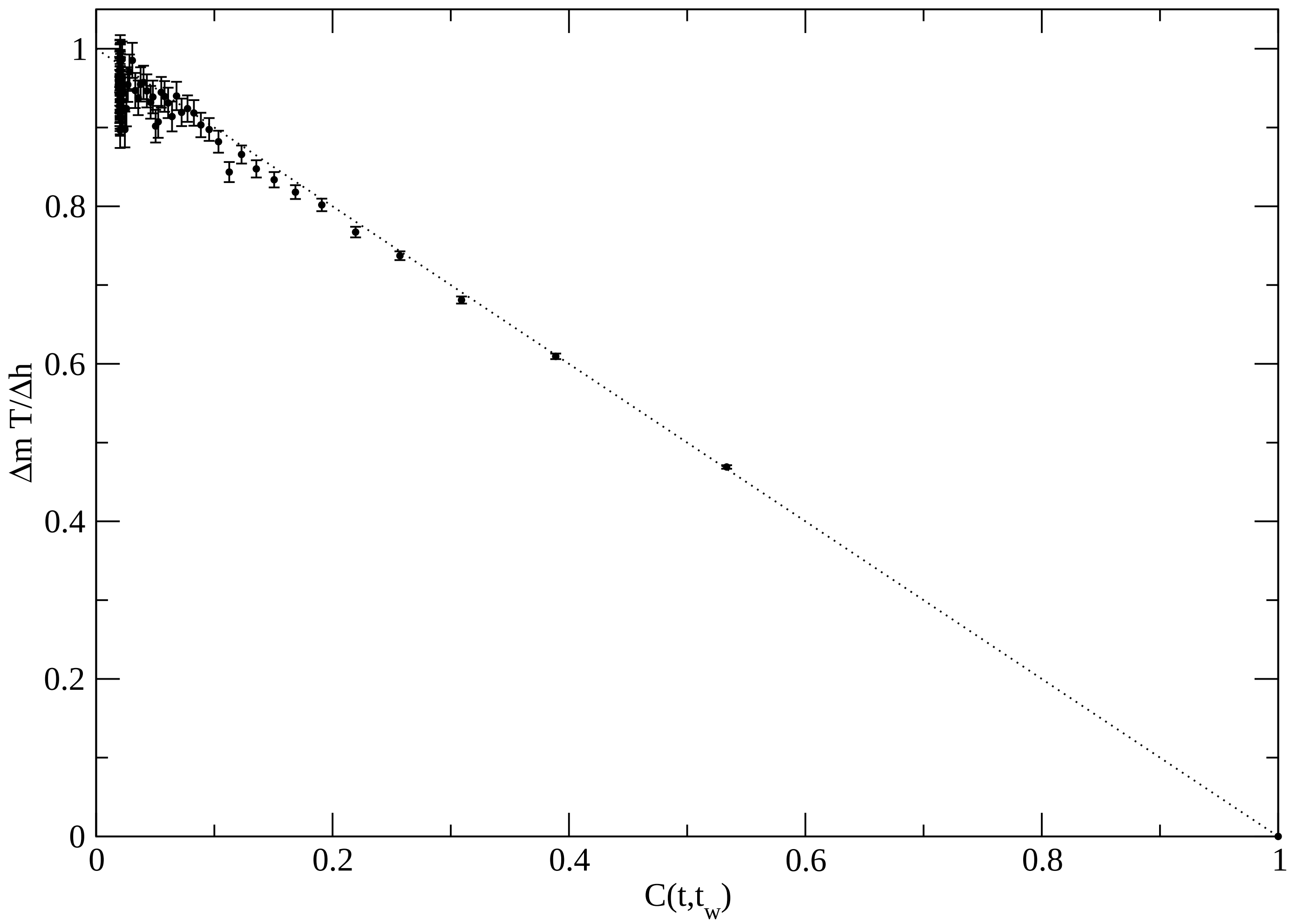

Figura 7: **Vidrio de espín tridimensional.** $h = 0.2$, $L = 30$, $T = 2.5$**.** $t_{\rm w} = 819200$.

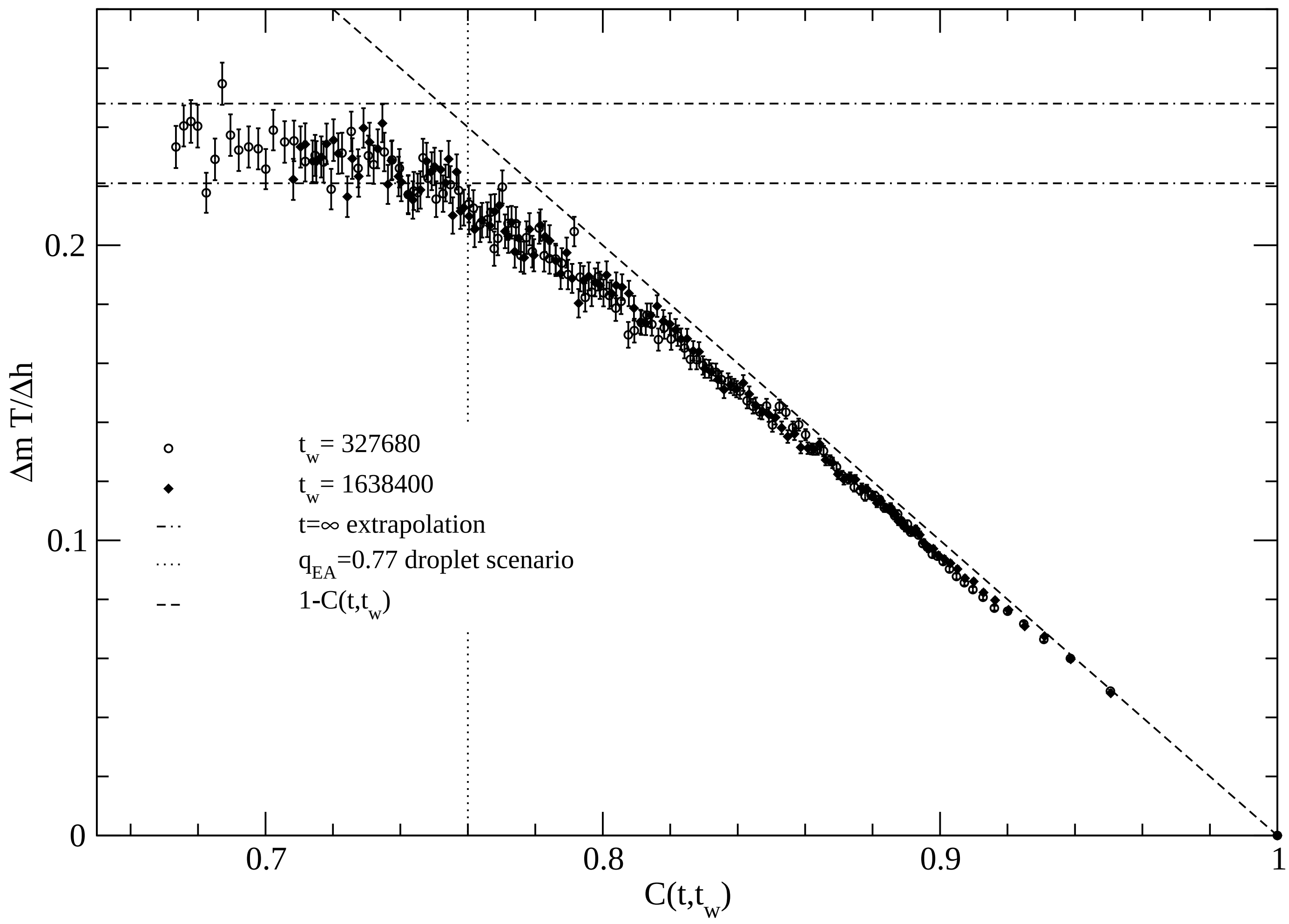

Figura 8: **Vidrio de espín tridimensional**. $h = 0.6$, $L = 30$, $T = 0.714$.

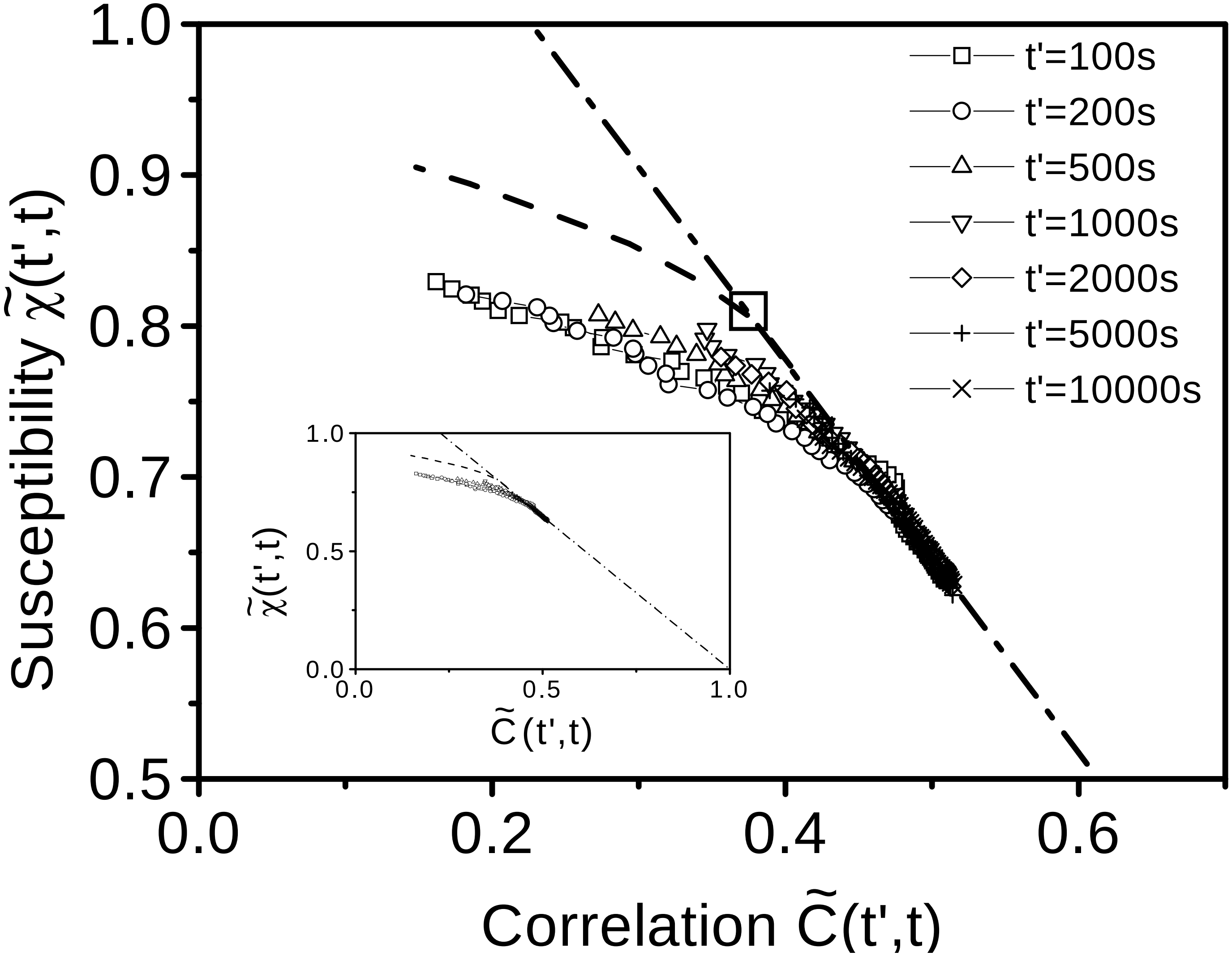

Figura 9: $CdCr_{1,7}In_{0,3}S_4$. $T_g = 16.2$K. $T = 0.8T_g$. Hérisson y Ocio.

Conclusiones/Resumen

- **Técnicas Analíticas.**
  - **Para sistemas con estabilidad estocástica se verifica la relación estática-dinámica.**
- **Simulaciones Numéricas.**
  - **Evidencia numérica fuerte de estabilidad estocástica en vidrios de espín en dimension finita.**
  - **Numéricamente los resultados son asintóticos (en el error estadístico).**
  - **Tanto en $h = 0$ en $h \neq 0$ los resultados se pueden interpretar en el marco de RSB y descartan Droplet.**
  - **Evidencia numérica fuerte de la relación estática-dinámica.**
- **Experimentos.**
  - **Las relaciones de fluctuación-disipación permiten una medida experimental de $P(q)$.**
  - **Los datos experimentales no son asintóticos. La extrapolación de los datos apunta a RSB.**