FÍSICA ESTADÍSTICA **(Lic. en Física, UEx; Curso 2007/2008)**

Examen Final **15 de Septiembre de 2008**

1. *a*) Explica en qué consiste la paradoja de Gibbs y qué se hace para resolverla.

   b) Discute brevemente la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

   1) La colectividad canónica no se puede aplicar a un sistema con pocos grados de libertad.
   2) Si un sistema tiene muchos grados de libertad, los resultados obtenidos con las colectividades microcanónica, canónica y gran canónica son equivalentes.
   3) Para poder calcular las fluctuaciones en el número de partículas no se puede utilizar la colectividad microcanónica.
   4) La mecánica estadística no es sino una reformulación alternativa de la termodinámica, no obteniéndose realmente resultados nuevos.

2. *a*) Un gas de átomos, cada uno de los cuales tiene masa m, se mantiene dentro de un recinto a la temperatura T. Los átomos emiten luz que pasa, en la dirección x, a través de una ventana del recinto y que puede observarse como una línea espectral en un espectroscopio. Un átomo estacionario emitiría luz con una frecuencia bien definida ν_0, pero, debido al efecto Doppler, la frecuencia de la luz observada que haya sido emitida desde un átomo en movimiento es $\nu = \nu_0(1 + v_x/c)$, donde v_x es la componente x de la velocidad de dicho átomo y c es la velocidad de la luz. Suponiendo que la distribución de velocidades de Maxwell–Boltzmann es aplicable a este problema, calcula la función de distribución de frecuencias $F(\nu)$. ¿Cuál es el valor medio $\langle\nu\rangle$ de la frecuencia observada en el espectroscopio? ¿Y la desviación estándar $\sigma = \sqrt{\langle\nu^2\rangle - \langle\nu\rangle^2}$? Dicha desviación estándar se denomina "anchura de línea". ¿Cómo depende la anchura de línea con respecto a la temperatura del gas? Si en el gas hay átomos de hidrógeno y oxígeno, ¿para cuál de los dos serán más anchas las líneas observadas de, aproximadamente, la misma frecuencia básica ν_0?

   b) Un gas real tiene un potencial intermolecular dado por

   $$u(r) = \epsilon e^{-\alpha r^2},$$

   donde $\alpha > 0$, pero ϵ puede ser positivo (potencial repulsivo) o negativo (potencial atractivo). Demuestra que en el límite de altas temperaturas ($\beta|\epsilon| \ll 1$) el segundo coeficiente del virial es

   $$B_2(T) \approx \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{3/2} \frac{\epsilon}{2k_BT}.$$

   [**Nota:** $\int_0^\infty dx\, x^n e^{-ax^2} = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) a^{-(n+1)/2}$.]

3. Se consideran átomos de He^4 a baja temperatura ($T = 1$ K) para una densidad de partículas $N/V = 10^{22}$ átomos/cm^3.

   a) Evaluar la longitud de onda de de Broglie media asociada a un átomo y compararla con la separación media entre átomos.

   b) ¿Qué cabría esperar acerca de la importancia de los efectos cuánticos?

   c) ¿Qué estadística habría que aplicar?
   Ayuda. Considerar la masa del Helio como 4 veces la masa del protón: $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.

4. Se considera un gas de N fermiones no relativistas confinado en un volumen V.

   a) Calcular la densidad de estados como función del momento.

   b) Calcular la energía de Fermi del gas.

   c) Derivar una expresión para la energía media del gas (a $T = 0$) como función de la energía de Fermi y el número medio de partículas.

   d) Derivar una relación entre la presión, el volumen y la energía media válida para toda temperatura.