FÍSICA ESTADÍSTICA.
Examen Final. 23 de Junio de 2006.

---

1. Calcular la entropía de N osciladores armónicos tridimensionales (débilmente interaccionantes) anisótropos con potencial:

$$V(x,y,z) = \frac{1}{2}m\left(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2\right) ,$$

donde m es la masa de la partícula.

(2.5 puntos)

---

2. Considérese un gas diluido de N moléculas dipolares lineales con momento dipolar eléctrico d contenidas en un volumen V. El Lagrangiano de una molécula en un campo eléctrico $= E$ (dirigido en la direccion del eje Z) es:

$$L = T_{\rm CM}^{\rm trasl} + T_{\rm rot} + dE\cos\theta\,,$$

donde θ y ϕ son los ángulos polares con origen el centro de masas (CM) de la moécula, $T_{\rm CM}^{\rm trasl}$ es la energía cinética de traslación del CM, y

$$T_{\rm rot} = \frac{I}{2}\left(\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 \sin^2\theta\right) .$$

I es el momento de inercia.

1. Demostrar que la parte angular de la función de partición de una molécula (que involucra integración sobre θ y ϕ y sus respectivos momentos conjugados) es

$$\zeta_{\rm rot} = \frac{2I\sinh(\beta E d)}{\hbar^2\beta^2 E d} .$$

2. Demostrar que la polarización P satisface

$$P = \frac{N}{V}\langle d\cos\theta\rangle = \frac{N}{V}\left(d\coth(\beta dE) - \frac{1}{\beta E}\right) .$$

(2.5 puntos)

---

3. Un conjunto de N osciladores cuánticos isótropos, de frecuencia ω, tridimensionales no interaccionantes están en equilibrio térmico con un baño caliente a temperatura T.

1. Calcular $\langle E \rangle$.
2. Calcular $\Delta E^2 \equiv \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2$.
3. Aplicar los límites $k_B T \ll \hbar w$ y $k_B T \gg \hbar w$ a los resultados de los apartados 1 y 2. Discutir los resultados obtenidos en este apartado.

(2.5 puntos)

---

4. Un material consiste en N partículas contenidas en un volumen V, débilmente interaccionantes en un campo magnético externo H. Cada partícula puede tener el momento magnético $m\mu$ en la dirección del campo magnético H , donde $m = -J, -J+1, ..., +J$, siendo J un número entero y μ una constante. El sistema está en equilibrio a una temperatura T.

1. Calcular la función de partición del sistema.
2. Calcular la imanación promedio del material.
3. Si $T \gg 1$ encontrar una expresión asintótica para la imanación calculada en el apartado 2).

Ayuda:

$$\coth x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} + O(x^3)\,.$$

(2.5 puntos)
