

## FÍSICA ESTADÍSTICA.

Segundo parcial. 28 de Mayo de 2007.

---

1. La energía cinética promedio de los átomos de Hidrógeno en una atmósfera estelar (asumiendo que están en equilibrio térmico) es de 1.0 eV. Calcular:

1. La temperatura de la atmósfera.
2. El cociente entre el número de átomos en el segundo estado excitado ( $n = 3$ ) y el fundamental.
3. Discutir cualitativamente el número, y en los niveles en los que se encuentran, de átomos excitados teniendo en cuenta el resultado del apartado anterior.

(2.5 puntos)

---

2. Consideremos un gas de  $N$  fermiones no interaccionantes confinados en una superficie  $S$  y no relativistas. Supóngase que la temperatura es muy baja.

1. Calcular  $\mu$  como función de la densidad superficial de electrones.
2. Calcular la energía media por electrón como función de  $\mu$ .
3. Calcular la presión.

(2.5 puntos)

---

3. Considérese un conjunto de  $N$  bosones débilmente interaccionantes, con masa  $m$  (no relativistas) que se mueven libremente en un volumen  $V$ . Calcular:

1. La energía y el calor específico a temperatura muy baja. ¿Por qué es apropiado realizar este cálculo asumiendo que  $\mu = 0$ ?
2. Modificar el cálculo anterior para los fotones. ¿Cuánto vale el potencial químico?

(2.5 puntos)

---

4. El Hamiltoniano del modelo de Ising con interacciones de largo alcance en una red de  $N$  espines se puede escribir como:

$$H = -\frac{J}{2N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_i S_j = -\frac{J}{2N} \left( \sum_i S_i \right)^2,$$

donde  $S_i = \pm 1$ .

1. Sea  $M = \frac{1}{N} \sum_i S_i$  la magnetización por espín de la configuración  $\{S_i\}$ :  $-1 \leq M \leq 1$ . Demostrar que la degeneración de un estado con magnetización  $M$  es:

$$W(M) = \frac{N!}{(N(1+M)/2)! (N(1-M)/2)!}$$

2. Demostrar que la función de partición puede escribirse como:

$$Z = \sum_M W(M) \exp(-\beta H(M)),$$

donde  $H(M)$  es el valor del Hamiltoniano cuando la magnetización es  $M$ . Evaluar la suma anterior usando la aproximación de Stirling y demostrar que la suma sobre  $M$  puede ser reemplazada por su término más grande. Demostrar que este término está dado por el máximo de la función:

$$-F = JM^2 - \frac{1}{\beta} [(1+M) \log(1+M) + (1-M) \log(1-M)].$$

¿Cuál es el significado físico de  $F$ ?

(2.5 puntos)

---