

FÍSICA ESTADÍSTICA.

Segundo parcial. 28 de Mayo de 2007.

1. La energía cinética promedio de los átomos de Hidrógeno en una atmósfera estelar (asumiendo que están en equilibrio térmico) es de 1.0 eV. Calcular:

1. La temperatura de la atmósfera.
2. El cociente entre el número de átomos en el segundo estado excitado ($n = 3$) y el fundamental.
3. Discutir cualitativamente el número, y en los niveles en los que se encuentran, de átomos excitados teniendo en cuenta el resultado del apartado anterior.

(2.5 puntos)

2. Consideremos un gas de N fermiones no interaccionantes confinados en una superficie S y no relativistas. Supóngase que la temperatura es muy baja.

1. Calcular μ como función de la densidad superficial de electrones.
2. Calcular la energía media por electrón como función de μ .
3. Calcular la presión.

(2.5 puntos)

3. Considérese un conjunto de N bosones débilmente interaccionantes, con masa m (no relativistas) que se mueven libremente en un volumen V . Calcular:

1. La energía y el calor específico a temperatura muy baja. ¿Por qué es apropiado realizar este cálculo asumiendo que $\mu = 0$?
2. Modificar el cálculo anterior para los fotones. ¿Cuánto vale el potencial químico?

(2.5 puntos)

4. El Hamiltoniano del modelo de Ising con interacciones de largo alcance en una red de N espines se puede escribir como:

$$H = -\frac{J}{2N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_i S_j = -\frac{J}{2N} \left(\sum_i S_i \right)^2,$$

donde $S_i = \pm 1$.

1. Sea $M = \frac{1}{N} \sum_i S_i$ la magnetización por espín de la configuración $\{S_i\}$: $-1 \leq M \leq 1$. Demostrar que la degeneración de un estado con magnetización M es:

$$W(M) = \frac{N!}{(N(1+M)/2)! (N(1-M)/2)!}$$

2. Demostrar que la función de partición puede escribirse como:

$$Z = \sum_M W(M) \exp(-\beta H(M)),$$

donde $H(M)$ es el valor del Hamiltoniano cuando la magnetización es M . Evaluar la suma anterior usando la aproximación de Stirling y demostrar que la suma sobre M puede ser reemplazada por su término más grande. Demostrar que este término está dado por el máximo de la función:

$$-F = JM^2 - \frac{1}{\beta} [(1+M) \log(1+M) + (1-M) \log(1-M)].$$

¿Cuál es el significado físico de F ?

(2.5 puntos)
