FÍSICA ESTADÍSTICA.
Segundo parcial. 27 de Mayo de 2005.

---

1. Calcular la energía de Fermi de un gas de fermiones tridimensional, ultrarrelativista, con degeneración g, como función de la densidad de partículas.

(2.5 puntos)

---

2. Considérese un gas cuántico ideal (bosones) en equilibrio a una temperatura T. Cada bosón puede encontrarse en dos niveles de energía (a y b), con energías $\epsilon_a = 0$ y $\epsilon_b = \epsilon > 0$.

1. Calcular la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado cuántico $\mathcal{R}$ tal que n_a bosones se encuentren en el nivel a y n_b bosones se encuentren en el nivel b.
2. A partir de la probabilidad $P_{\mathcal{R}}$ calculada en el apartado anterior, calcular la probabilidad p_b de que n_b bosones se encuentren en el nivel b, independientemente de lo que ocurra en el nivel a.
3. Usando p_b, calcular el número medio de bosones que ocupan el estado b ($\langle n_b \rangle$), así como la energía media del sistema. ¿Coincide el valor obtenido para $\langle n_b \rangle$ con el obtenido en la estadística de Bose-Einstein

(2.5 puntos)

---

3. Calcular la temperatura de condensación de Bose de un gas ideal tridimensional de partículas de espín 1 y no relativistas?

Ayuda:

$$g_n(z) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty dx \, \frac{x^{n-1}}{z^{-1}e^x - 1} \,,$$
$$g_n(1) = \zeta(n) \,.$$

(2.5 puntos)

---

4. La entropía de un paramagneto ideal es aproximadamente igual a

$$S = S_0 - CU^2$$

donde $U = \langle -\sum_i \mu_i B \rangle$ es la energía total del sistema, B es el campo magnético externo y μ_i es el momento magnético cuántico del átomo i-ésimo. Asumiremos que $C > 0$.

1. Calcular $U(T)$.
2. ¿Presenta el sistema temperaturas negativas? ¿A qué es debido? ¿Como se resuelve este problema?

(2.5 puntos)
