PROBLEMAS DE FÍSICA CUÁNTICA. Curso 2002/2003 **Hoja 9**

1. Resolver exacta y perturbativamente el siguiente hamiltoniano bidimensional:

$$H = I_{2\times 2} + \epsilon\sigma_x$$

donde σ_x es la primera matriz de Pauli, $I_{2\times 2}$ es la matriz identidad bidimensional y ϵ es un parámetro muy pequeño.

2. Calcular las correcciones perturbativas a los autovalores del hamiltoniano del oscilador armónico unidimensional debidas a las siguientes perturbaciones:

a) $V(x) = ax$

b) $V(x) = bx^2$

En ambos casos se puede resolver la ecuación de Schrödinger, resolverla y comparar los autovalores con los resultados obtenidos en los apartados anteriores.

3. Probar el teorema de Feynman-Hellmann. Sea un hamiltoniano que depende de un parámetro λ y sean $E_n(\lambda)$, $\psi_n(\lambda)$ sus autovalores y autofunciones respectivamente, entonces:

$$\frac{\partial E_n(\lambda)}{\partial\lambda} = \left(\psi_n(\lambda), \frac{\partial H}{\partial\lambda}\psi_n(\lambda)\right).$$

4. El teorema de Feynman-Hellmann es útil para calcular los valores medios de $1/r$ y $1/r^2$ en el átomo de hidrógeno. Úsese el hamiltoniano radial como punto de partida. Ayuda:

- $\lambda = e$ en la ecuación de Feynman-Hellmann para obtener $\langle r^{-1}\rangle$.
- $\lambda = l$ para calcular $\langle r^{-2}\rangle$.

5. Calcular las correcciones, en primer orden perturbativo, al estado fundamental y primer excitado del átomo de hidrógeno producidas en el efecto Stark (átomo en presencia de un campo eléctrico externo).

6. Estimar, usando el método variacional, la energía del estado fundamental del átomo de hidrógeno.

7. Demostrar $[L^2, [L^2, \boldsymbol{r}]] = 2\hbar^2(\boldsymbol{r}L^2 + L^2\boldsymbol{r})$.

8. Encontrar la probabilidad de emisión espontánea desde el nivel $n = 2$, $l = 1$ al fundamental, en el átomo de hidrógeno.

9. Determinar, usando las reglas de selección, las transiciones permitidas en el átomo de hidrógeno entre los niveles $n = 1$, $n = 2$ y $n = 3$.

10. Analizar el desdoblamiento del nivel $3d$ del átomo de hidrógeno debido a un campo magnético (a) cuando el campo magnético es débil y (b) cuando es intenso, respecto a la interacción spin-órbita.

11. Un gas formado por átomos con dos niveles de energía separados por 2 eV, se ilumina con una densidad de radiación de 10^{-12} erg s/cm^3 en la frecuencia de resonancia. La temperatura de la experiencia es de 300 K. Si la vida media del nivel superior es de 10^{-8} s, calcular: a) las poblaciones de ambos niveles al cabo de 3.33×10^{-9}s de comenzar la iluminación y b) dichas poblaciones en el estado estacionario. Dato. Número de átomos por unidad de volumen: $10^{10}/\text{cm}^3$.