1. Demuéstrese que es insostenible la imagen del espín del electrón debido a una rotación rígida sobre si mismo, suponiendo que su masa esté distribuida uniformemente en una bola de radio igual al radio clásico del electrón $r_e = e^2/(4\pi\epsilon_0 mc^2)$. Úsese la mecánica clásica no relativista.

2. Calcular un estado con proyección de espín $+\hbar/2$ según la dirección del vector $(1, 1, 0)$.

3. Se prepara un estado con proyección de espín $+\hbar/2$ según la dirección $(0, 0, 1)$. Calcular la probabilidad de obtener $+\hbar/2$ al medir según la dirección $(1, 1, 1)$.

4. Se considera una partícula se espín $1/2$ y sea $\boldsymbol{n}$ un vector unitario tridimensional. Si se prepara un estado con proyección de espín $+\hbar/2$ según la dirección OZ, ¿cuál es la probabilidad de encontar el valor $+\hbar/2$ en la dirección $\boldsymbol{n}$?.

5. Se considera un haz de electrones que atraviesa sucesivamente dos dispositivos(imanes) tipo Stern-Gerlach. El primero está situado en el plano (X, Z) y su campo magnético forma un ángulo θ con en el eje OZ. El haz con proyección $+\hbar/2$ en la dirección del primer Stern-Gerlach pasan por el segundo dispositivo. El segundo dispositivo está orientado según el eje OZ. Los electrones tras atravesar el segundo dispositivo, llegan a la pantalla en dos regiones bien diferenciadas: La región A (espín $+\hbar/2$) y la región B (espín $-\hbar/2$). Si $N(+\hbar/2)$ y $N(-\hbar/2)$ son el número de electrones que llegan a A y B respectivamente, obtener la razón entre ellos.

6. Sean σ_i las matrices de Pauli, sabiendo que:

   1) $\sigma_i\sigma_j + \sigma_j\sigma_i = 2\delta_{ij}$.

   2) $\sigma_l\sigma_j = \delta_{lj} + i\sum_{k=1}^{3} \epsilon_{ljk}\sigma_k$. ϵ_{ljk} es el símbolo completamente antisimétrico que vale 0 si dos o más índices son iguales, vale 1 si (l, j, k) es una permutación par de $(1, 2, 3)$ y -1 si es una permutación impar de $(1, 2, 3)$.

   Probar:

   a) $(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{\sigma})(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\sigma}) = (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}) + i(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{\sigma}$, donde $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son dos vectores arbitrarios.

   b) $\mathrm{Tr}(\sigma_i) = 0, \mathrm{Tr}(\sigma_i\sigma_j) = 2\delta_{ij}$.

7. La ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para un neutrón de energía total E que se mueve a lo largo del eje OX es :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} - E\right]\phi(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0; \\ g_n\mu_N\sigma_z B\phi(x)/2, & \text{en el resto.} \end{cases}$$

   donde $g_n < 0$ es el factor giromagnético del neutrón, $\mu_N > 0$ es el magnetón nuclear, σ_z es la tercera matriz de Pauli y $\phi(x)$ es el biespinor asociado al neutrón. B es el valor del campo magnético. Suponiendo que el neutron incida en forma de onda plana con $0 < E < \mu_N B|g_n|/2$ en un caso con espín hacia arriba y en el otro con el espín hacia abajo, resolver la ecuación de Schrödinger en ambos casos. ¿Qué situación física podría describir la ecuación de Schrödinger precedente?

8. Calcular en el estado singlete $\langle 00|(\boldsymbol{\sigma}_1\boldsymbol{a})(\boldsymbol{\sigma}_2\boldsymbol{b})|00\rangle$, donde $\boldsymbol{\sigma}_1$ y $\boldsymbol{\sigma}_2$ son los operadores de spin de las particulas 1 y 2 (respectivamente) y $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ son dos vectores unitarios.