PROBLEMAS DE FÍSICA CUÁNTICA. Curso 2002/2003 **Hoja 1**

1. Sea $\nu_{\max}$ la frecuencia a la que $\rho_T(\nu)$ es máxima, y $\lambda_{\max}$ la longitud de onda a la que $\rho_T(\lambda)$ es máxima. Hallar $\nu_{\max}$ y $\lambda_{\max}$. Probar que $\nu_{\max}\ \lambda_{\max} \neq c$. Hallar el valor real de $\nu_{\max}\ \lambda_{\max}$.

2. Una cavidad radiante a 6000 K tiene una abertura de 10.0 mm de diámetro. Encontrar la potencia radiada a través del agujero en el rango de longitudes de onda 5500–5510 Å.

3. Una esfera de tungsteno de 2.3 cm de diámetro es calentada hasta 2000 °C. A esta temperatura el tungsteno radia aproximadamente sólo un 30% de la energía radiada por un cuerpo negro a igual temperatura. (a) Calcular la temperatura de una esfera perfectamente negra de igual tamaño que radia la misma energía que la esfera de tungsteno. (b) Calcular el diámetro de una esfera perfectamente negra que, a la misma temperatura, radia la misma energía que la esfera de tungsteno.

4. Demostrar que aproximadamente un 25% de la energía radiante en el interior de una cavidad radiante tiene longitudes de onda comprendidas entre 0 y $\lambda_{\max}$.

5. Determina la temperatura en la superficie, T, de un planeta sin atmósfera de radio r que describe una órbita circular entorno de una estrella de radio R cuya fotosfera se encuentra a temperatura T. La distancia del planeta a la estrella es d.
   Nota: Suponer que el planeta es un cuerpo negro que ha alcanzado el equilibrio radiativo con la estrella.

6. En el mundo bidimensional de "planilandia" están estudiando la radiación térmica en una cavidad radiante cuadrada (bidimensional por supuesto). Suponer que el campo eléctrico sólo tiene dos componentes E_x y E_y. Obtener las expresiones de $E_x(x,y,t)$ y $E_y(x,y,t)$ del campo eléctrico que está sujeto a la restricción de que su componente paralela o tangencial a las paredes de la cavidad debe ser nula en las paredes. (a) Determinar las frecuencias de las ondas estacionarias, es decir, las frecuencias permitidas de la radiación en la cavidad. (b) Obtener el número de ondas con frecuencias entre ν y $\nu + d\nu$.

7. Continuando con el problema anterior, imaginemos que los "planilandianos" abren un pequeño agujero (unidimensional, por supuesto) en una de las paredes de la cavidad. Sea $R_T(\nu)$ la energía radiante emitida a traves del agujero por unidad de tiempo, *por unidad de longitud* y por unidad de intervalo de frecuencia. Sea $\rho_T(\nu)$ la densidad de energía radiante en el interior de la cavidad (*por unidad de superficie* y por unidad de frecuencia). (a) Demostrar que ambas magnitudes están relacionadas por $R_T(\nu) = (c/\pi)\rho_T(\nu)$. (b) Obtener la fórmula de $R_T(\nu)$ que Planckplano descubriría. (c) Hallar cuánto vale la radiancia total y escribir cuál sería la fórmula de Stefanplano-Boltzmannplano. (Nota: $\int_0^\infty \frac{dx\, x^2}{e^x - 1} = 2.405$) .

8. (a) ¿Cuántos fotones hay en 1 cm^3 del interior de una cavidad radiante de cuerpo negro que se encuentra en equilibro térmico a 3 K? (b) ¿Cuál es la energía promedio de los fotones?.

9. Una esfera de cobre de radio $r = 1$ cm con una superficie negra perfecta es colocada en el interior de una cámara en la que se hace el vacío y cuyas paredes son mantenidas a una temperatura muy cerca de 0 K. La temperatura inicial de la esfera es $T_0 = 300$ K. ¿Qué tiempo transcurrirá hasta que su temperatura se reduzca en un factor $n = 1.5$? (Calor específico del cobre $c = 0.38$ J/gK; densidad del cobre $\rho = 8.9$ g/cm^3).

10. Una estación de radio emite a una frecuencia de 1 MHz con una potencia total de 5000 W. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de esta radiación? (b) ¿Cuál es la energía (en eV) de los fotones que componen la radiación? ¿Cuántos fotones se emiten por segundo? ¿Y por ciclo de oscilación? (c) Un cierto receptor de radio debe recibir 2 μW de potencia de radiación incidente sobre su antena para proporcionar una recepción audible. ¿Cuántos fotones de 1 MHz necesita recibir por segundo? ¿Y por ciclo de oscilación?.