FÍSICA CUÁNTICA. Primer Parcial. 14/3/2001.

Problema 1.

¿Cuántos fotones de luz amarilla ($\lambda = 5600$ Å) deben de incidir (normalmente) por unidad de tiempo y unidad de superficie en una placa negra para producir en ella una presión de 1 dina/cm^2? ¿Y en una placa blanca? (1 punto)

Problema 2.

Rayos X monocromáticos ($\lambda = 0.5$ Å) inciden sobre una muestra de KCl pulverizada. Se coloca una placa fotográfica plana perpendicularmente al haz incidente y a una distancia de 0.1 m del polvo. El espaciamiento de la red cristalina es de 3.14 Å. a) Determinar los radios de Bragg de primer y segundo orden (de los correspondientes anillos de difracción) provenientes de planos que tienen el mismo espaciamiento que la red cristalina. b) Determinar el radio de las circunferencias que resultan de planos que forman un ángulo de 45° con los del apartado a). c) ¿Por qué aparece un patrón de difracción en forma de anillos? d) Si la muestra fuera un monocristal, ¿cuál sería el patrón de difracción? (3 puntos)

Problema 3.

Calcular las ecuaciones trascendentes que satisface la energía de los estados ligados, para $E > 0$, en el siguiente potencial

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & |x| > a, \\ V_0\ \delta(x), & |x| < a, \end{cases}$$

donde $V_0 > 0$ y $a > 0$. Calcular las autofunciones normalizadas. (3 puntos)

Problema 4.

Un electrón en un átomo de hidrógeno se encuentra en $t = 0$ en el siguiente estado

$$\psi(r, \theta, \phi, t = 0) = A \left(e^{i\phi} \sin\theta + \cos\theta \right) g(r) \ ,$$

donde la función $g(r)$ satisface

$$\int_0^\infty dr\ r^2 |g(r)|^2 = 1 \ .$$

a) Calcular la constante de normalización A. b) Determinar los valores posibles de L_z y L^2 con sus probabilidades. c) Calcular $\langle L_z \rangle$. d) Si la función $g(r)$ solo tiene un cero en el intervalo $(0, \infty)$, determinar los valores posibles de la energía, sus probabilidades y calcular $\psi(r, \theta, \phi, t)$. ¿Es un estado estacionario? e) Calcular la probabilidad de que el electrón se encuentre con un ángulo ϕ comprendido entre ϕ y $\phi + d\phi$. f) Calcular la probabilidad de que el electrón se encuentre con un ángulo θ comprendido entre θ y $\theta + d\theta$. (3 puntos)

Ayuda:

Los primeros armónicos esféricos son:

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \ , \ Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta \ , \ Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \left(3\cos^2\theta - 1 \right) \ ,$$

$$Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{\pm i\phi} \ , \ Y_2^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta e^{\pm i\phi} \ , \ Y_2^{\pm 2} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{\pm 2i\phi} \ .$$