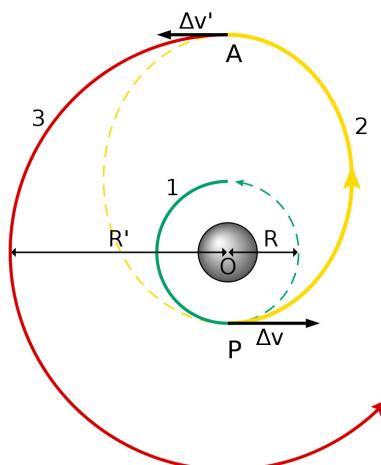


La estación espacial internacional (ISS son sus siglas en inglés) se encuentra orbitando a 390 km sobre la superficie terrestre en una órbita que consideraremos circular. Se ha detectado un objeto cerca de esta órbita y se ha decidido transferir la ISS a una nueva órbita, también circular, pero a 400 km de altura sobre la superficie terrestre. Para ello los físicos de la agencia internacional que controla la ISS (NASA, Roscosmos, ESA, JAXA y CSA) deciden usar una órbita intermedia de transferencia de Hohmann, que consiste en los siguientes pasos:

1. En un momento dado y en el punto P de la órbita circular original (órbita 1 de la figura adjunta [1]) se encienden los motores de la ISS, proporcionándole un impulso tangencial, lo que hace que la ISS abandone la órbita circular y pase a seguir una órbita elíptica con semieje mayor a (órbita 2 de la figura).
2. Cuando la ISS siguiendo la nueva órbita elíptica, llega al punto A (opuesto al punto P del apartado anterior, ver figura), se encienden de nuevo los motores proporcionando un nuevo impulso tangencial, lo que hace que la ISS pase a seguir una órbita circular de mayor altura sobre la superficie terrestre (órbita 3 de la figura).

Se asumirán instantáneos los cambios de velocidad en P y A . Se asumirá también que la Tierra es esférica con radio R_{\oplus} . Nótese, además, que las tres órbitas de la figura están en el mismo plano.



Se pide:

- Demostrar que la energía total de la ISS en una órbita circular de radio R respecto al centro de la Tierra es:

$$E = -\frac{GM_{\oplus}m}{2R},$$

donde M_{\oplus} es la masa de la Tierra y m es la masa de la ISS.

En el caso de una órbita elíptica de semieje mayor a se puede demostrar (no hay que hacerlo en el examen) que la ecuación anterior se modifica como:

$$E = -\frac{GM_{\oplus}m}{2a}.$$

- Calcular el semieje mayor, a , de la órbita de transferencia elíptica de Hohmann.
- Calcular la energía total de las órbitas circulares (inicial y final), así como de la órbita elíptica de Hohmann.
- En los puntos P y A , calcular los incremento de velocidad (la diferencia de la velocidad después de apagar los motores y la velocidad antes de encenderlos), Δv y $\Delta v'$ respectivamente.
- Calcular los periodos de la órbita circular final y de la órbita elíptica de transferencia.

Datos: $M_{\oplus} = 5.97 \times 10^{24}$ kg, $R_{\oplus} = 6370$ km, $m = 419455$ kg, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ m³ kg⁻¹ s⁻².

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Hohmann_transfer_orbit#/media/File:Hohmann_transfer_orbit.svg modificada.