1. Demostrar que
$$u_F(x,t) = \frac{1}{2c}\int_0^t d\tau \int_{x-c(t-\tau)}^{x+c(t-\tau)} ds\ F(s,t)\ ,$$
es solución de
$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = F(x,t)\ , \quad (x,t) \in \mathbb{R}^2\ , \\ u(x,0) = u_t(x,0) = 0\ . \end{cases}$$

2. Comprobar que
$$u(x,y,z,t) = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{4\pi c^2 t}\oint_{S_2} f\ dS\right] + \frac{1}{4\pi c^2 t}\oint_{S_2} g\ dS\ ,$$
donde S_2 es la superficie de la esfera centrada en (x,y,z) y de radio ct, es la solución de
$$\begin{cases} u_{tt} - c^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) = 0\ , \quad (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4\ , \\ u(x,y,z,0) = f(x,y,z)\ , \\ u_t(x,y,z,0) = g(x,y,z)\ . \end{cases}$$

3. Encontrar la solución de
$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin(\pi x)\ , \quad t \in \mathbb{R}\ , x \in (0,1)\ , \\ u(x,0) = \sin(\pi x)\ , \\ u_t(x,0) = \sin(\pi x)\ , \\ u(0,t) = u(1,t) = 0\ . \end{cases}$$

4. Hallar la solución de
$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 6x\ , \quad t \in \mathbb{R}\ , x \geq 0\ , \\ u(x,0) = u_t(x,0) = u(0,t) = 0\ . \end{cases}$$

5. El potencial $V(x,t)$ y la intensidad $I(x,t)$ de una línea telegráfica satisfacen:
$$V_x + LI_t + RI = 0\ , I_x + CV_t + GV = 0\ ,$$
donde L, R, C y G son constantes características de la línea. a) Hallar la EDP que satisface el potencial $V(x,t)$. b) Si $GL = RC$, verificar que la ecuación obtenida en el apartado a) para el potencial puede ser transformada (mediante un adecuado cambio de variables) en la ecuación de ondas. Hallar $V(x,t)$ si inicialmente $V(x,0) = \mathcal{V}(x)$ e $I(x,0) = \mathcal{I}(x)$.

6. Hallar las soluciones tipo ondas viajeras ($u(x,t) = f(x - vt)$) que admite la ecuación de sine-Gordon: $u_{tt} - u_{xx} + \sin(u) = 0$.

7. Resolver el siguiente problema para la ecuación de ondas en tres dimensiones:
$$\begin{cases} u_{tt} - \nabla^2 u = 0\ , \\ u(x,y,z,0) = x + y + z\ , \\ u_t(x,y,z,0) = 0\ . \end{cases}$$

8. Estudiar los dominios de influencia y de dependencia en la siguiente EDP: $u_{tt} - e^{2t}u_{xx} - u_t = 0$.

9. Calcular $u(1/2,t)$, donde $u(x,t)$ satisface
$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0\ , \quad x \geq 0\ , \\ u(x,0) = \begin{cases} x(1-x)\ , & x \in [0,1]\ , \\ 0\ , & x \in \mathbb{R}^+ - [0,1]\ , \end{cases} \\ u_t(0,0) = u(0,t) = 0\ . \end{cases}$$