

**GRAVITACIÓN Y COSMOLOGÍA.**  
**Examen Convocatoria de Mayo [4/6/2015]**

---

1. Describir brevemente y asignar tiempos, temperaturas, *redshifts* y  $a(t)/a(t_0)$  a los siguientes eventos en la historia del universo:

- Desacoplo neutrinos.
- Recombinación.
- Nucleosíntesis del helio.

(2 puntos)

---

2. Calcular el tiempo que necesitó el universo para que su temperatura pasara de  $10^{12}$  K a  $10^{11}$  K. ¿Y a  $T = 10^{10}$  K? Justificar la respuesta.

(2 puntos)

---

3. Suponiendo un universo plano, despreciando la radiación y considerando que se ha observado una galaxia con  $z = 1.55$  y con una edad de  $3.5 \times 10^9$  años (en el momento de la emisión de la luz), encontrar una cota inferior a  $\Omega_\Lambda$ . Asumir  $H_0 = 70$  km/s/Mpc.

(2 puntos)

---

4. Considerar una partícula en el siguiente espacio-tiempo de Friedmann-Robertson-Walker

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

- Escribir las ecuaciones de las geodésicas.
- Demostrar que la energía de la partícula no se conserva a lo largo de una geodésica.
- Encontrar tres vectores Killing y sus correspondientes cantidades conservadas.

(2 puntos)

---

5. Un astronauta orbita siguiendo un órbita circular con coordenada  $r = 10M$  alrededor de un agujero negro de tipo Schwarzschild con masa  $M$ .

- ¿Cuánto tiempo necesitará el astronauta, medido por su reloj, para completar una órbita?
- Cada vez que completa cada una de sus órbitas, el astronauta envía una señal que recibe un observador situado en una posición muy distante del agujero negro. ¿Qué intervalo de tiempo medirá el reloj del citado observador entre la recepción de dos señales consecutivas enviadas por el astronauta?
- Un tercer reloj está situado en reposo, con la ayuda de cohetes, en una posición muy cercana a  $r = 10M$ . ¿Cuál será el tiempo que medirá este tercer reloj entre dos pasos consecutivos de la nave espacial del astronauta por su posición?

(2 puntos)

---