

## PROBLEMAS DE ELECTROMAGNETISMO II. Curso 2024/2025

### Tema 2

1. El campo eléctrico de una onda electromagnética plana oscila en la dirección  $y$ , y el vector de Poynting viene dado por

$$\mathbf{S}(x, t) = 100 \cos^2(10x - 3 \times 10^9 t) \hat{\mathbf{x}} \text{ W/m}^2,$$

donde  $x$  está expresado en metros y  $t$  en segundos.

- (a) ¿Cuál es la dirección de propagación de la onda?  
 (b) Hallar la longitud de onda y la frecuencia.  
 (c) Hallar los campos eléctrico y magnético.
2. Describir el tipo de polarización y, en su caso, el sentido de giro de las siguientes ondas planas ( $E_0 \in \mathbb{R}$ ):

(a)  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = E_0 [(1 + i)(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{y}})] e^{i(\omega t - kz)}$

(b)  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \hat{\mathbf{x}} + E_0 \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right) \hat{\mathbf{y}}$

(c)  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = E_0 [(\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}}) - i(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}})] e^{i(\omega t - kz)}$

(d)  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = E_0 \left[ (\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{y}}) - \frac{1-i}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}}) \right] e^{i(\omega t - kz)}$

3. Las ondas polarizadas lineal y circularmente en forma compleja se expresan por:

$$\mathbf{E} = \text{Re} \left[ \mathbf{a}_i \tilde{C}_0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \right]; \quad \mathbf{E} = \text{Re} \left[ \tilde{\mathbf{b}}_i \tilde{C}_0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \right],$$

siendo  $i = 1, 2$ ,  $\tilde{C}_0 \in \mathbb{C}$  es una constante y  $\mathbf{a}_i$  y  $\tilde{\mathbf{b}}_i$  vectores unitarios de polarización que satisfacen las siguientes condiciones:

$$\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 = 0; \quad \mathbf{a}_i^2 = 1; \quad \mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i^*,$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{b}}_2 = 1; \quad \tilde{\mathbf{b}}_i^2 = 0; \quad \tilde{\mathbf{b}}_1 = \tilde{\mathbf{b}}_2^*.$$

El índice  $i$  señala dos estados de polarización de la onda independientes que corresponden a un mismo vector de onda  $\mathbf{k}$ . Demostrar que para las ondas polarizadas lineal y circularmente son válidas las siguientes reglas de las sumas:

$$\sum_i (\tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{a}_i) (\tilde{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{a}_i) = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{B}} - \frac{1}{k^2} (\tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{k}) (\tilde{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{k}),$$

$$\sum_i (\tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{b}}_i) (\tilde{\mathbf{B}} \cdot \tilde{\mathbf{b}}_i)^* = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{B}}^* - \frac{1}{k^2} (\tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{k}) (\tilde{\mathbf{B}}^* \cdot \mathbf{k}),$$

donde  $\tilde{\mathbf{A}}$  y  $\tilde{\mathbf{B}}$  son vectores complejos arbitrarios.

4. Obtener la forma explícita y todos los parámetros característicos de una onda plana que se propaga en la dirección  $+z$ , así como la potencia transportada por la misma, sabiendo que el campo eléctrico está polarizado linealmente a lo largo del eje  $+x$  y que en  $t = 10^{-8}$  s tiene un máximo de 100 V/m en  $z = 1$  m.

Datos:  $\varepsilon = 4\varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  y  $\nu = 10^{10}$  Hz.

5. Una onda plana uniforme que se propaga en el vacío y cuyo campo eléctrico está polarizado linealmente en el eje  $X$  con un valor absoluto de la amplitud de  $10^{-3}$  V/m, incide normalmente sobre una superficie plana cuyos parámetros constitutivos son  $\varepsilon_1 = 9\varepsilon_0$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  y  $\sigma_1 = 0.1$  S/m. Determinar la variación del valor absoluto de la densidad de corriente de conducción en el medio 1 a la frecuencia de 1 MHz. ¿Qué tipo de onda tenemos en este medio?
6. Una onda polarizada uniforme incide normalmente sobre un trozo de dieléctrico de espesor  $d$  tras el cual se encuentra un dieléctrico perfecto. ¿Cuál sería el coeficiente de reflexión aire-dieléctrico? Calcular el espesor  $d$ , en función de la longitud de onda incidente para que no haya reflexión. Repetir el cálculo considerando que el tercer medio es un conductor perfecto.
7. Consideremos una incidencia oblicua entre dos medios dieléctricos con diferente índice de refracción de una onda plana polarizada en el plano de incidencia. ¿Qué relación verificarían los tres vectores de Poynting (onda incidente, reflejada y transmitida)?
8. Calcular el promedio sobre el tiempo de la densidad de energía de una onda plana en un medio conductor. Demostrar que la contribución magnética siempre domina. Calcular también su intensidad.
9. Resolver la ecuación de ondas para un campo escalar en términos de ondas esféricas.
10. Calcular el coeficiente de reflexión de la luz en una interfase aire-plata ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$  y  $\sigma = 6 \times 10^7$  S/m) a la frecuencia (óptica) de  $\omega = 4 \times 10^{15}$  rad/s.