ELECTROMAGNETISMO II.
Examen Convocatoria de Junio [23/6/2025]

1. Demuestra que en un acelerador circular de radio R , una partícula con carga q (velocidad v y con energía cinética $K = E - mc^2$) moviéndose con velocidad angular constante irradia energía a razón de

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q^2 c}{6\pi\epsilon_0 R^2} \left(\frac{v}{c}\right)^4 \left(\frac{E}{mc^2}\right)^4.$$

(1 punto)

2. Supón que estás diseñando un experimento de microondas a una frecuencia $\nu = 10$ GHz. ¿Cómo de grueso deberías diseñar el recubrimiento del experimento si consideras usar un material como el cobre?

$$\sigma_{\text{Cu}} = 5.96 \times 10^7 \text{ S/m.}$$

(1 punto)

3. Calcula los valores instantáneos de la densidad de energía, densidad de momento, intensidad y tensor de tensiones asociados a la siguiente onda plana

$$\tilde{\mathbf{E}} = E_0 \exp[i(kx - \omega t)] \hat{\mathbf{y}}.$$

(2.25 puntos)

4. ¿Cuál es la frecuencia de corte (Hz) para el modo dominante TM en una guía de ondas rellena con material dieléctrico con $\epsilon_r = 4$? Las dimensiones de la guía son $a = 2b = 5$ cm.

(2 puntos)

5. Considera una onda plana que se propaga en el aire (medio 1) y que incide en un medio dieléctrico con permitividad $\epsilon_r = 4$ (medio 2). La superficie de discontinuidad entre los dos medios está definida por el plano $z = 0$.

El campo eléctrico (en V/m) de la onda incidente está dado por la ecuación:

$$\tilde{\mathbf{E}} = 100 \cos(\pi x + 1.73\pi z - \omega t) \hat{\mathbf{y}}.$$

Calcula:

- Las polarizaciones de la onda incidente, reflejada y transmitida.
- ω y las longitudes de onda en los dos medios.
- Los ángulos de incidencia, reflexión y transmisión.
- El campo eléctrico total en los medios 1 y 2.
- La densidad promedio de energía y el flujo promedio de energía en el medio 2.

(2.25 puntos)

6. Escribe usando los cuadvectores A^μ y J^μ y determina como se transforman bajo una transformación de Lorentz las siguientes ecuaciones:

1. $V^2 - c^2 \mathbf{A}^2$

2. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{J} - V\rho$.

(1.5 puntos)

Nota: Siempre que se tenga que calcular el valor de una cantidad física, problemas 2, 4 y 5, hay que calcularla numéricamente y expresarla con sus unidades en el SI.

- Fórmula de Liénard-Larmor:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q^2 \gamma^6}{6\pi \epsilon_0 c^3} (a^2 - (\mathbf{v} \times \mathbf{a})^2 / c^2).$$

- Tensor de tensiones en coordenadas cartesianas ($i = x, y, z$)

$$T_{ij} = \epsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 \right)$$