FÍSICA CUÁNTICA **Grado en Física, UEx**

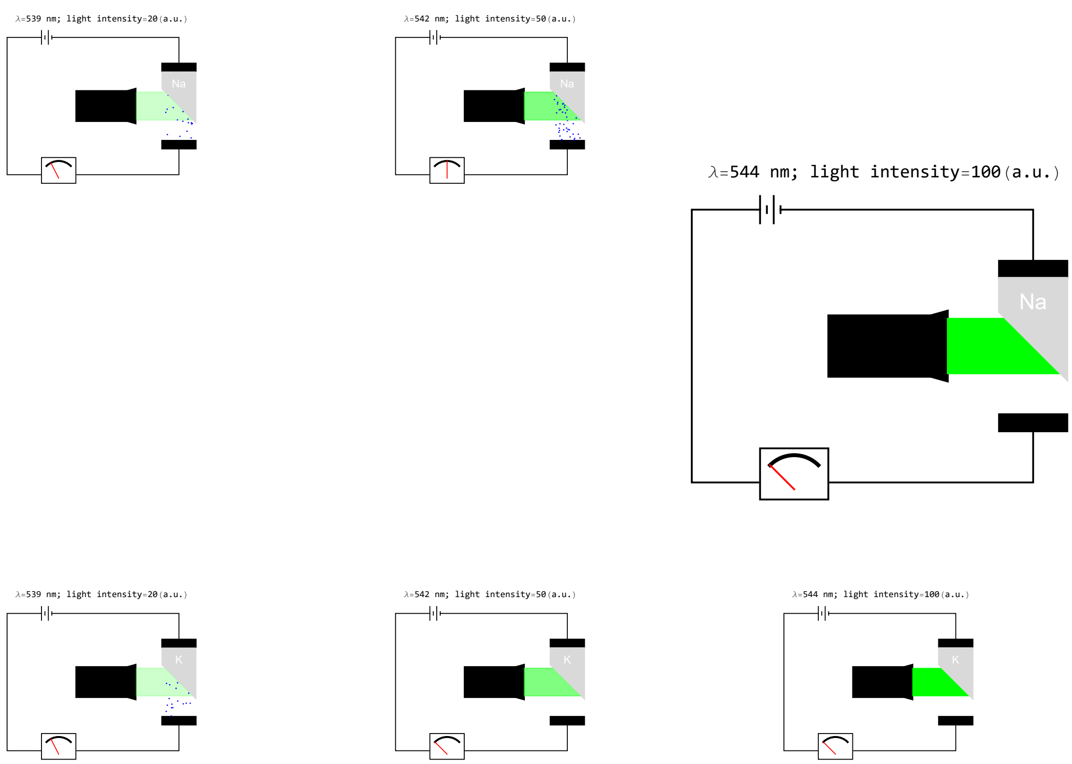
Curso 2022-2023

Examen Final **29 Junio 2023**

1. (a) ¿En qué consiste la llamada *catástrofe ultravioleta*? En el caso de la radiancia espectral del cuerpo negro, ¿existe alguna condición de frecuencia y/o temperatura para la que la fórmula de Rayleigh–Jeans proporcione resultados prácticamente correctos? Considerando la zona del infrarrojo medio (50 μm $< \lambda <$ 1 mm) en el espectro electromagnético, ¿se cumple esa condición en el caso de de la radiación emitida por la superficie del Sol ($T = 5772$ K)? ¿Y en el caso de la radiación cósmica de fondo de microondas ($T = 2.73$ K)?

   Nota: $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s, $c = 3 \times 10^{8}$ m/s, $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K.

   (b) Las figuras de abajo están extraídas de `https://demonstrations.wolfram.com/ThePhotoelectricEffect/`. Muestran la corriente eléctrica medida en el galvanómetro del circuito para dos metales (sodio y potasio) que actúan de cátodo y varias intensidades y longitudes de onda de la luz incidente. Comenta las figuras. ¿Qué puedes decir acerca de los valores (en eV) de las funciones trabajo del Na y del K?



2. (a) El positronio es un sistema consistente en un electrón y un positrón (masas iguales y cargas opuestas) ligados por la fuerza de Coulomb. Ignorando efectos relativistas, calcula el valor (en eV) de la energía de ligadura E_b (es decir, el opuesto de la energía del estado fundamental) del positronio. Según los postulados de Bohr, ¿cuál sería la separación a_0 entre el electrón y el positrón? Compara con los resultados correspondientes al átomo de H.

(b) Uno de los canales de desintegración del positronio es la aniquilación en dos fotones: $e^+ + e^- \to 2\gamma$, con una vida media $\tau_{2\gamma} \simeq 1.25 \times 10^{-10}$ s. Calcula la energía (en MeV) y la longitud de onda de cada uno de los dos fotones en el sistema de referencia del centro de masas del positronio. ¿Qué incertidumbres tienen esos valores?

(c) Señala en qué aspectos modificó Sommerfeld el modelo de Bohr para explicar la estructura fina del espectro de emisión del átomo de H.

Nota: $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

3. Considera un oscilador armónico con frecuencia angular ω y masa m, con autoestados $\psi_n(x)$ y energías $E = \hbar\omega(n + 1/2)$, $n = 0, 1, 2, \ldots$. En $t = 0$ el estado del sistema está dado por la siguiente función de onda:

$$\Psi(x, t = 0) = a\psi_0(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_1(x)\,.$$

(a) Calcula a, asumiendo que es una constante real y positiva.

(b) Calcula $\Psi(x, t)$. ¿Es un estado estacionario?

(c) Calcula $\langle x\rangle$ y $\langle p\rangle$ en el estado $\Psi(x, t)$.

(d) Calcula $\langle H\rangle$ en el estado $\Psi(x, t)$.

(e) Si medimos la energía, ¿cuáles serán sus posibles valores y con qué probabilidades?

(f) Si medimos $E = E_0$, escribe $\Psi(x, t)$ inmediatamente después de la medida. Calcula la probabilidad de encontrar a la partículo en $x > 0$ después de la medida.

Ayuda:

Definamos $\alpha \equiv \sqrt{m\omega/\hbar}$.

Las dos primeras autofunciones normalizadas del oscilador armónico son:

$$\psi_0(x) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\alpha^2 x^2/2}\,.$$

$$\psi_1(x) = \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} 2\alpha x\; e^{-\alpha^2 x^2/2}\,.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} du\; u^2\; e^{-u^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,.$$

4. Una partícula de masa m se encuentra sometida al siguiente potencial unidimensional:

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < -a, \\ -V_0, & -a < x < -b, \\ 0, & -b < x < \infty, \end{cases}$$

donde $V_0 > 0$ y $a > b$.

(a) Determina el espectro continuo y puntual de este potencial.

(b) Calcula la ecuación trascendente que verifican los estados ligados.

(c) Calcula la probabilidad de que la partícula en un estado ligado se encuentre en la zona clásicamente prohibida.

Ayuda:

$$\int du\; \sin^2 u = \frac{u}{2} - \frac{\sin(2u)}{4}\,.$$