FÍSICA CUÁNTICA **Grado en Física, UEx**

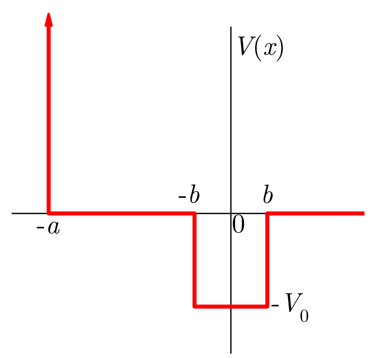
Curso 2021-2022

Examen Final **20 junio 2022**

1. Responde *razonadamente* a las siguientes preguntas:
   (a) ¿Es posible representar la radiancia espectral del cuerpo negro, $R_T(\nu)$, de modo que todas las curvas correspondientes a distintas temperaturas colapsen en una única curva?
   (b) ¿Existe una frecuencia umbral a partir de la cual se presenta el efecto fotoeléctrico? De existir, ¿depende esa frecuencia del material iluminado?
   (c) ¿Depende el valor del corrimiento Compton del material iluminado?
   (d) ¿Existe una longitud de onda mínima en las experiencias de radiación de frenado? De existir, ¿depende esa longitud del material blanco?
   (e) ¿Puede un fotón aislado desintegrarse espontáneamente y producir un par partícula-antipartícula?
   (f) ¿Son idénticos los espectros de emisión del deuterio y del tritio?
   (g) ¿Puede describirse la estructura fina de las líneas espectrales sin recurrir a la mecánica relativista?

2. Una partícula de masa m se encuentra sometida al siguiente potencial unidimensional:

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < -a, \\ 0, & -a < x < -b, \\ -V_0 < 0, & -b < x < b, \\ 0, & b < x < a, \\ \infty, & x > a, \end{cases}$$



tal y como se observa en la figura adjunta.

   (a) i. Describe el movimiento clásico de la partícula, distinguiendo entre energías negativas ($-V_0 < E < 0$) y energías positivas ($E > 0$).
   ii. Haz, para cada uno de los dos casos anteriores, una gráfica esquemática de la trayectoria en el espacio de las fases.
   (b) Aplicando ahora la regla de cuantización de Wilson–Sommerfeld, responde a las siguientes cuestiones:
   i. Calcula los niveles energéticos negativos, $E_n < 0$. Fijados m, a, b y V_0, ¿cuántos niveles energéticos negativos son posibles? ¿Qué condición debe verificarse para que no exista ningún nivel con energía negativa?
   ii. Deduce la ecuación cuya solución proporciona los niveles de energía positiva, $E_n > 0$.

3. Considera el potencial del problema 2.
   (a) Determina el espectro. Justifica la respuesta.
   (b) Justifica que las funciones de onda de cada uno de los niveles de energía son pares o impares.
   (c) Determina la ecuación que satisface la energía (estados ligados) para los niveles con simetría par e impar. Considera $-V_0 < E < 0$.
   (d) Mediante continuación analítica, determina, usando los resultados del apartado anterior, las ecuaciones que satisface la energía para $E > 0$ (niveles pares e impares).

(El examen continúa detrás)

4. Considera el oscilador armónico de frecuencias angular ω y masa m, con autoestados $\psi_n(x)$ y energías $E = \hbar\omega(n + 1/2)$, $n = 0, 1, 2, \ldots$. En $t = 0$ el estado del sistema está dado por la siguiente función de onda:

$$\Psi(x, t = 0) = a\psi_0(x) - \frac{i}{2}\psi_2(x)$$

donde a es una constante real y positiva.

(a) Calcula a.

(b) Calcula $\Psi(x, t)$. ¿Es un estado estacionario?

(c) Calcula $\langle x \rangle$ y $\langle p \rangle$.

(d) Calcula $\langle H \rangle$.

(e) Calcula $\langle x^2 \rangle$ y $\langle p^2 \rangle$.

(f) Si medimos la energía, ¿cuáles serán sus posibles valores y con qué probabilidades?

(g) Si medimos $E = E_2$, escribir $\Psi(x, t)$ inmediatamente después de la medida.

Ayuda:

Definamos $\alpha \equiv \sqrt{m\omega/\hbar}$.

$$\psi_0(x) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\alpha^2 x^2/2} .$$

$$\psi_2(x) = \left(\frac{\alpha}{8\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \left(2 - 4\alpha^2 x^2\right) e^{-\alpha^2 x^2/2} .$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u \; u^2 \; e^{-u^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} .$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u \; u^4 \; e^{-u^2} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} .$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u \; u^6 \; e^{-u^2} = \frac{15\sqrt{\pi}}{8} .$$