FÍSICA CUÁNTICA I **Grado en Física, UEx**
Año Académico 2018-2019

Examen Final **2 de Julio 2019**

1. En este problema vamos a estimar la temperatura de una esfera de Plutonio rodeada de aire. El ^{239}Pu es un emisor de partículas α cuya vida media es de 24110 años, lo que corresponde a la emisión de unas 2.3×10^{12} partículas α por segundo y por kilogramo de material. La energía de estas partículas α es de 5.2 MeV.

   (a) Estimar la potencia emitida por 1 kg de ^{239}Pu, en Vatios (W).

   (b) Para estimar la temperatura de un bloque de ^{239}Pu podemos realizar la siguiente aproximación. Consideraremos que la superficie del bloque de plutonio está más caliente que el aire que lo rodea (que asumiremos a 22°C). Asumiremos que el bloque de ^{239}Pu radia energía siguiendo las leyes del cuerpo negro y absorbe energía procedente de una superficie esférica que lo rodea y que se encuentra a la temperatura ambiente. La energía neta emitida resultaría entonces del balance entre las energías irradiada y absorbida.

   Bajo estas hipótesis calcular la temperatura de una esfera de ^{239}Pu (rodeada de aire) de 6.2 kg de masa (núcleo de la bomba atómica que se lanzó en Nagasaki). Datos: Densidad del ^{239}Pu: 20 g/cm^3, Constante de Stefan–Boltzmann: 5.67×10^{-8} W/m^{2}K^4.

2. (a) Aplicando los postulados de Bohr al átomo de hidrógeno, demuestra que el radio de la órbita, la velocidad y la energía correspondientes a la órbita n-ésima vienen dados por

$$r_n = n^2 \frac{\hbar}{m_e c \alpha}, \quad v_n = \frac{\alpha c}{n}, \quad E_n = -\frac{m_e c^2 \alpha^2}{2n^2},$$

   donde $\alpha \equiv e^2/(4\pi\epsilon_0 \hbar c)$ es la constante de estructura fina.

   (b) A pesar de la sencillez y utilidad del modelo atómico de Bohr, la mecánica cuántica no permite hablar de órbitas clásicas del electrón. Para entender mejor esto, supongamos que queremos llevar a cabo un experimento con un haz de fotones para localizar al electrón en una órbita n, por lo que necesitamos que los fotones tengan una longitud de onda λ mucho menor que la separación entre las órbitas n y $n+1$, es decir, $\lambda \ll r_{n+1} - r_n$.

   La transferencia de cantidad de movimiento Δp que experimenta el electrón al interaccionar con el fotón es del orden de la cantidad de movimiento p_γ del fotón. Demuestra entonces que la energía ΔE transferida al electrón es tal que $\Delta E \gg |E_n|$, que es suficiente para expulsar al electrón de su "órbita".

   (c) ¿Sería posible realizar algún experimento que permitiera "asegurar" que el electrón está en la órbita n, es decir, medir la distancia al núcleo y la energía simultáneamente con incertidumbres tales que $\Delta r \ll r_{n+1} - r_n$ y $\Delta E \ll |E_n|$?

3. Una partícula está sometida a un potencial con una barrera infinita en $x < 0$ y una función delta, $b\,\delta(x-a)$, en $x = a$, con $a > 0$.

   (a) Demuestra que en $x = a$ la derivada de la función de onda presenta una discontinuidad dada por

$$\phi'(a^+) - \phi'(a^-) = \frac{2mb}{\hbar^2}\phi(a)\,.$$

   (b) Razona físicamente si pueden existir estados ligados con $b > 0$. ¿Y con $b < 0$?

   (c) En caso de que existan estados ligados, deduce la ecuación trascencente correspondiente.

4. Considérese una partícula encerrada en una caja unidimensional comprendida entre $x = 0$ y $x = L$.

   (a) Demuestra que las soluciones de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo son de la forma $\psi_n(x) = \sqrt{2/L}\,\mathrm{sen}(k_n x)$ y halla los correspondientes niveles energéticos.

   (b) Supóngase ahora que la partícula se encuentra inicialmente en el estado $\Psi(x, 0) = Ax(L - x)$.

      i. ¿Es éste un estado estacionario?

      ii. Halla la energía cinética media en ese estado. ¿Cambiará la energía cinética media con el tiempo?

      iii. Halla $\Delta x \Delta p_x$ en el instante inicial. ¿Cambiará este producto con el tiempo?

      iv. Teniendo en cuenta que el desarrollo de Fourier de $x(L - x)$ es

$$x(L-x) = \frac{8L^2}{\pi^3}\left[\mathrm{sen}\frac{\pi x}{L} + \frac{1}{3^3}\mathrm{sen}\frac{3\pi x}{L} + \frac{1}{5^3}\mathrm{sen}\frac{5\pi x}{L} + \cdots\right],$$

      halla $\Psi(x, t)$ en forma de desarrollo en estados estacionarios.

      v. ¿Cuál es la probabilidad de que la partícula se encuentre en el instante t en el estado fundamental? ¿Y en el tercer estado excitado?