FÍSICA CUÁNTICA I **(Grado en Física, UEx; Curso 2017-2018)**

Examen Final **3 de Julio de 2018**

1. *a*) Un haz de radiación electromagnética de intensidad $I = 3 \times 10^{-1}$ W/m^2 y longitud de onda λ incide sobre una placa de Cesio de superficie $S = 0{,}5$ mm^2, produciéndose un efecto fotoeléctrico. Para $\lambda_1 = 4560$ Å y $\lambda_2 = 3560$ Å el potencial de frenado es $V_0 = 0{,}78$ V y 1,54 V, respectivamente. Determina
   1) La constante de Planck, h.
   2) La función trabajo, w_0, del Cesio.
   3) La longitud de onda correspondiente a la frecuencia umbral.
   4) El número de fotones con longitud de onda λ_1 que llegan a la placa de Cesio por segundo.

   b) ¿Es el espectro de emisión del isótopo ^{1}H (protio) *exactamente* igual al del isótopo ^{2}H (deuterio)? ¿Y al del ión He$^+$? ¿Por qué?

   c) ¿En qué consiste la estructura fina del átomo de H? ¿La explica el modelo atómico de órbitas elípticas de Sommerfeld? ¿Es necesario tener en cuenta algo más?

2. *a*) Los diagramas (a)–(g) de la Fig. 1 representan distintos casos de potenciales $V(x)$ y energías E. Indica los rasgos más característicos de las soluciones de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo en cada caso.

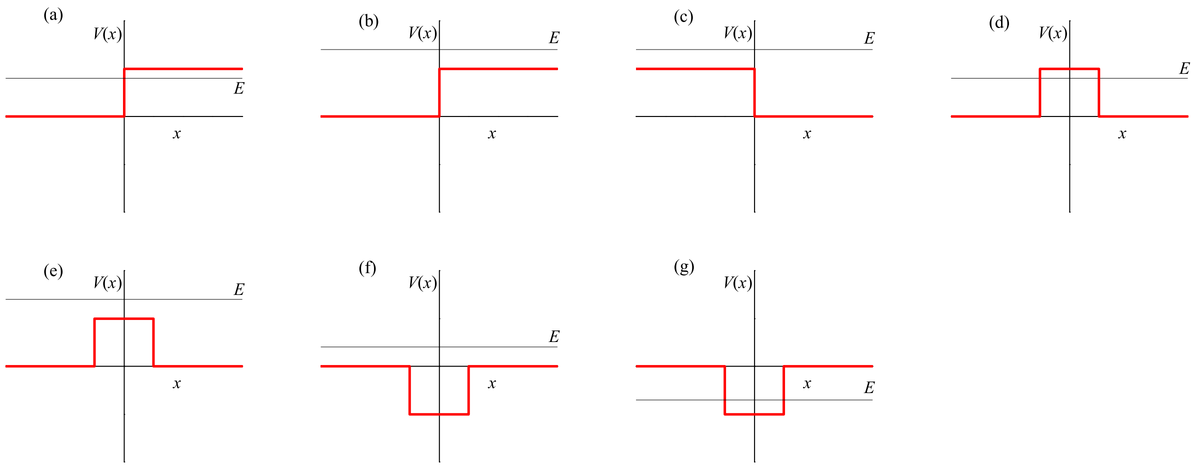

Figura 1: Ejercicio 2*a*.

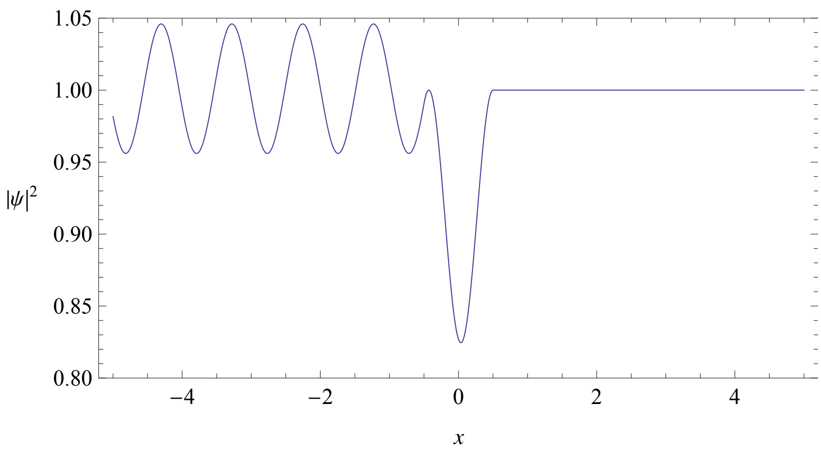

Figura 2: Ejercicio 2*a*.

b) La Fig. 2 representa $|\psi(x)|^2$ para uno de los casos de la Fig. 1. Razona a cuál de ellos corresponde.

3. Un electrón se halla confinado en un pozo cuadrado unidimensional de anchura L y paredes totalmente impenetrables. Estimar, mediante argumentos basados en el principio de incertidumbre, la energía cinética mínima del electrón, en función de L. Especificar y discutir los resultados a los casos $L = 1$Å y $L = 1$ fm. Ayuda: Usar fórmulas relativistas.

4. Sea una partícula de masa m sometida al potencial armónico

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \,.$$

Definamos $\alpha \equiv \sqrt{m\omega/\hbar}$.

a) Si la partícula se encuentra en el estado fundamental, calcula la probabilidad de que se encuentre en la zona clásicamente prohibida. Ayuda. Expresa el resultado final en términos de la función complementaria error (erfc).

b) Considera la siguinete superposición a $t = 0$.

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi_0(x) - \phi_1(x)\right)$$

donde $\phi_0(x)$ y $\phi_1(x)$ son los dos primeras autofunciones del oscilador armónico.

- Escribe $\psi(x,t)$. ¿Es un estado estacionario?
- Calcula $\langle x\rangle_{\psi(x,t)}$.
- Calcula $\langle p\rangle_{\psi(x,t)}$.
- Comprueba el teorema de Ehrenfest:

$$\langle p\rangle_{\psi(x,t)} = m\frac{d}{dt}\langle x\rangle_{\psi(x,t)} \,,$$

$$\frac{d}{dt}\langle p\rangle_{\psi(x,t)} = \langle -\frac{\partial V}{\partial x}\rangle_{\psi(x,t)} \,.$$

Ayuda:

$$\mathrm{erfc}(t) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_t^{\infty} du\ e^{-u^2} \,.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} du\ u^2\ e^{-u^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \,.$$

$$\phi_0(x) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\alpha^2x^2/2} \,.$$

$$\phi_1(x) = \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} 2\alpha x e^{-\alpha^2x^2/2} \,.$$