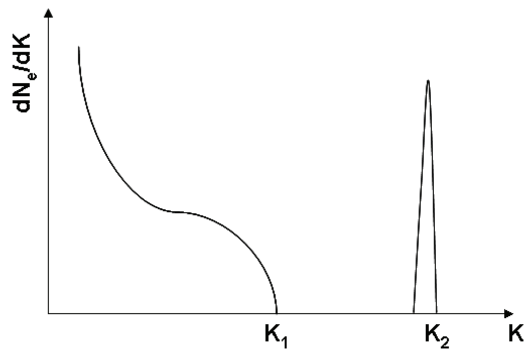
FÍSICA CUÁNTICA I (Grado en Física, UEx; Curso 2017-2018)

Examen Final 19 de Enero de 2018

1. *a*) La figura muestra de forma cualitativa el espectro de energías de los electrones arrancados de una lámina metálica delgada cuando es expuesta a rayos X monocromáticos duros (K es la energía de los electrones y N_e su número). El pico del espectro corresponde a electrones que absorben un fotón (efecto fotoeléctrico), mientras que la curva continua corresponde a electrones que son dispersados por un fotón (efecto Compton). Teniendo en cuenta todo ello, despreciando la función trabajo del metal y sabiendo que $K_2 - K_1 = 180$ keV, encuentra la longitud de onda de la radiación incidente, así como K_1 y K_2. ¿Por qué puede despreciarse la función trabajo del metal?



   b) Rayos γ de longitud de onda 0,710 Å son dispersados al atravesar la lámina de aluminio. La radiación dispersada se observa en una dirección que forma un ángulo de 60° con la de incidencia. ¿Qué longitudes de onda aparecerán?

2. Consideremos una pelota de masa m que bota en el suelo de manera elástica en presencia de un campo gravitatorio constante (g).

   a) Dibuja el potencial $V(z)$, donde z es la dirección perperdicular al suelo (hacia arriba).

   b) Dibuja la trayectoria de la partícula en el espacio de las fases (z, p), donde p es el momento de la pelota.

   c) Mediante la regla de cuantización de Sommerfeld-Wilson, calcula los valores permitidos de la energía.

3. *a*) Indica, justificando la respuesta, qué condiciones debe cumplir la función de onda para ser una solución físicamente aceptable de la ecuación de Schrödinger.

   b) La Fig. 1 muestra ocho posibles funciones de onda. Indica cuáles de ellas pueden ser soluciones físicamente aceptables de la ecuación de Schrödinger. En los casos de funciones no aceptables, explica las razones para ello. En los casos de funciones físicamente aceptables, indica si corresponderían a la parte discreta o continua del espectro, así como qué características cualitativas debe tener el potencial de interacción correspondiente.

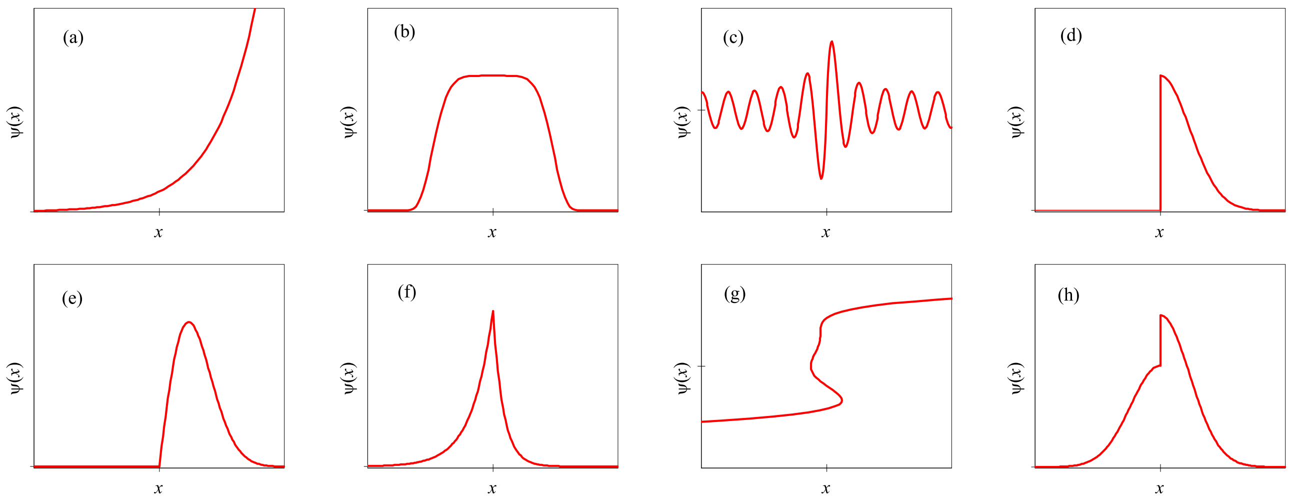


Figura 1: Ejercicio 3*b*.

4. Sea una partícula de masa m sometida al potencial

$$V(x) = -v_0 \left[\delta(x-a) + \delta(x+a)\right] \,,$$

donde $v_0 > 0$. Definamos $\gamma \equiv 2mv_0/\hbar^2$ y $k^2 = -2mE/\hbar^2$, con $E < 0$.

a) Demuestra que en $x = a$ la derivada de la función de onda presenta una discontinuidad dada por

$$\phi'(a^+) - \phi'(a^-) = -\frac{2mv_0}{\hbar^2}\phi(a)\,.$$

b) Discute la simetría (pares o impares) de las funciones de onda estacionarias.

c) Demuestra que las energías de los estados ligados, E, satisfacen las siguientes relaciones:

$$\exp(-2ka) = \pm\left(1 - \frac{2k}{\gamma}\right)\,.$$

d) Muestra la resolución gráfica de las dos ecuaciones anteriores.

e) Demuestra que si $\gamma a > 1$ el sistema presenta dos estados ligados.

f) ¿Cuántos estados ligados tendrá el sistema si $\gamma a \leq 1$?