FÍSICA CUÁNTICA I **(Grado en Física, UEx; Curso 2012/2013)**

Examen Final **5 de Julio de 2013**

1. *a*) Suele afirmarse que la mecánica cuántica se reduce a la mecánica clásica en el límite en que la constante de Planck tiende a cero ($h \to 0$). Ahora bien, la constante de Planck tiene un valor bien definido ($h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js). Discute cómo pueden reconciliarse ambos puntos de vista.

   b) Supongamos que una partícula libre se encuentra inicialmente en un estado descrito por una función de onda gaussiana correspondiente a una incertidumbre en posición $\Delta x(0)$ y a una incertidumbre en momento $\Delta p_x(0)$. ¿Cómo esperas que evolucionen en el tiempo ambas incertidumbres? ¿Esperarías que $\Delta x(t) = \Delta x(0)$ o que $\Delta p_x(t) = \Delta p_x(0)$? Describe cualitativamente cómo sería la evolución temporal de la densidad de probabilidad de la partícula.

2. El positronio es un sistema consistente en un electrón y un positrón ligados por la interacción coulombiana.

   a) ¿Cuánto vale la energía de ligadura (es decir, el valor absoluto de la energía del estado fundamental) del positronio? Da el resultado en eV.

   b) Teniendo en cuenta que el positronio es inestable y tiene una vida media $\tau \simeq 1{,}25 \times 10^{-10}$ s, calcula la incertidumbre en el valor de la energía de ligadura obtenido en el apartado anterior.

   c) El positronio se desintegra generalmente por aniquilación del electrón y el positrón. ¿Qué partícula o partículas se producen entonces? ¿Con qué energías?

   d) Si una de las partículas resultantes de la desintegración anterior produjera un efecto Compton, ¿cuál sería la máxima energía cinética que podría adquirir el electrón en reposo?

3. Sea el potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -V_0, & x > 0, \end{cases}$$

   siendo $V_0 > 0$.

   a) Calcula los coeficientes de reflexión y de transmisión para partículas de masa m y energía cinética E incidiendo desde la izquierda. Expresa los resultados en función del cociente E/V_0.

   b) Aplica el resultado para obtener la probabilidad de que un coche de 1000 kg de masa que se dirige a una velocidad de 100 km/h hacia un acantilado a 100 m sobre el mar rebote al llegar al borde del acantilado.

   c) Repite el apartado anterior sustituyendo el coche por un electrón de energía 10 eV y suponiendo $V_0 = 1$ eV.

   d) Comenta los resultados de los dos apartados anteriores.

4. *a*) La Fig. 1 muestra la densidad de probabilidad de una partícula que se encuentra en el estado estacionario $\psi_n(x)$ (siendo $n = 0$ el estado fundamental) de un cierto potencial. Razona qué potencial puede corresponder a esa figura. ¿Cuánto vale n? Dibuja cualitativamente qué forma tendría la densidad de probabilidad en una descripción clásica. ¿Coincidiría $|\psi_n(x)|^2$ con la densidad de probabilidad clásica en el límite $n \to \infty$?

   b) Supongamos que la partícula se encuentra en el instante inicial en un estado descrito por la función de onda

$$\Psi(x, 0) = A \sum_{k=5}^{\infty} \alpha^k \psi_k(x),$$

   con $|\alpha| < 1$ y donde las autofunciones $\psi_k(x)$ se suponen normalizadas. Calcula A en función de α para que $\Psi(x, 0)$ esté normalizada. Escribe la función de onda $\Psi(x, t)$ para todo tiempo t. ¿Qué probabilidad hay de que si se mide la energía en ese estado se obtenga el valor correspondiente a la autofunción representada en la Fig. 1? ¿Depende el resultado del tiempo?

   c) Explica qué pasos habría que llevar a cabo para calcular $\langle x(t)\rangle$, $\langle p_x(t)\rangle$, $\Delta x(t)$ y $\Delta p_x(t)$.

   Datos útiles: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js, $c = 3 \times 10^8$ m/s, $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, \quad |x| < 1.$$

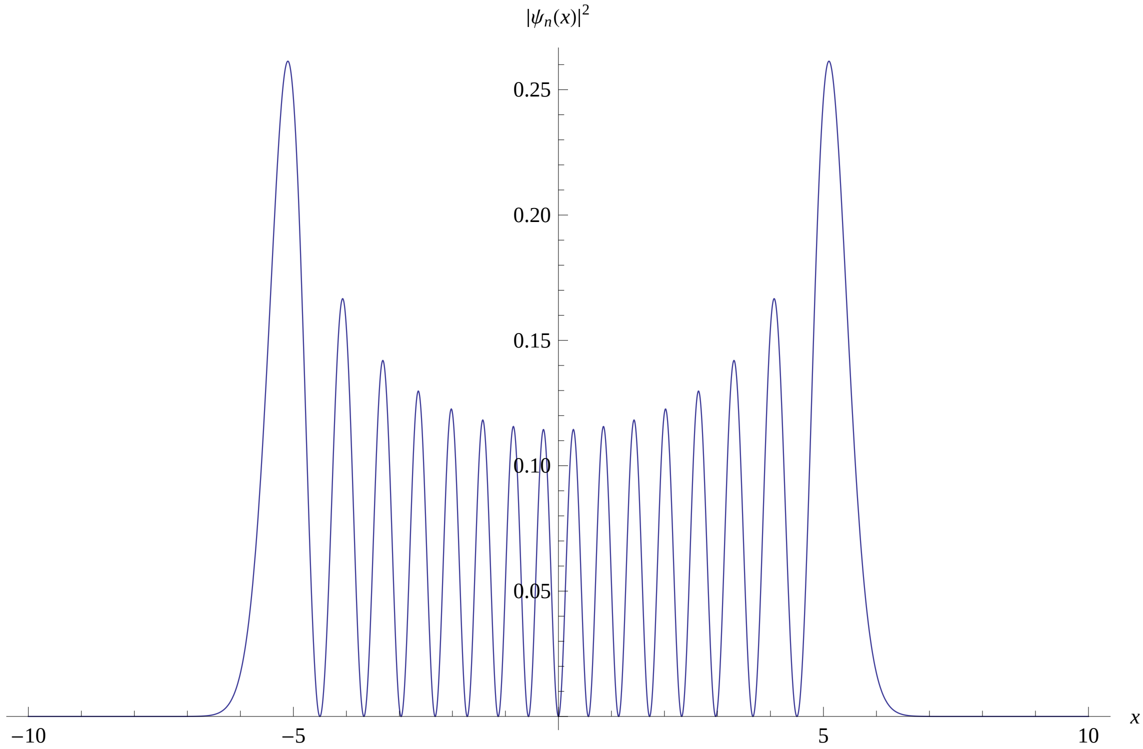

Figura 1: Ejercicio 4